

KESULITAN MAHASISWA DALAM PEMBUKTIAN MATEMATIS POKOK BAHASAN SIFAT URUTAN PADA BILANGAN REAL

Nur Fauziah Siregar⁹

Institut Agama Islam Negeri Padangsidempuan

E-mail: nurfauziah125@gmail.com

Abstract

This study aims to describe the difficulties experienced by students in solving mathematical problems in the Real-1 Analysis course, especially in the subject matter of the nature and sequence of real numbers. This research is a descriptive study with the object of the research being the fourth semester students of the tadaris / mathematics education program at IAIN Padangsidempuan, amounting to 34 people with heterogeneous ability levels. Data collection instruments using essay tests. Data analysis is done by reducing the data then presents the data in the form of paragraphs and images, then draw conclusions. The results of this study indicate that the general difficulties experienced by students in this study occur in (1) difficulty understanding the concept of mathematical statements or symbols, and (2) preparing mathematical proofs of truth.

Keywords: *Difficulty; Mathematical Proof; Nature of Order; Real Analysis.*

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kesulitan-kesulitan yang dialami mahasiswa dalam menyelesaikan soal matematika pada mata kuliah Analisis Real-1 khususnya dalam pokok bahasan sifat dan urutan pada bilangan real. Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif dengan objek penelitiannya adalah mahasiswa semester IV program studi tadaris/pendidikan matematika di IAIN Padangsidempuan yang berjumlah 34 orang dengan tingkat kemampuan heterogen. Instrumen pengumpulan data menggunakan tes essay. Analisis data dilakukan dengan mereduksi data kemudian menyajikan data dalam bentuk paragraf dan gambar, selanjutnya mengambil kesimpulan. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa kesulitan umum yang dialami mahasiswa pada penelitian ini terjadi pada (1) kesulitan memahami konsep pernyataan atau simbol matematika, dan (2) menyusun bukti kebenaran secara matematis

Kata Kunci: *Kesulitan; Pembuktian Matematis; Sifat Urutan; Analisis Real.*

PENDAHULUAN

Pembuktian matematis merupakan bagian yang integral dari pembelajaran matematika, karena dengan demikian ada bukti yang membantu meyakinkan logika manusia bahwa suatu aksioma, postulat maupun teorema itu benar. Demikian juga halnya dengan pembuktian rumus matematika yang disampaikan oleh Guru, dari pembuktian matematis tersebut peserta didik tahu

⁹Penulis adalah Dosen Jurusan Tadaris/Pendidikan Matematika IAIN Padangsidempuan.

tentang asal muasal suatu rumus dan yang tidak kalah pentingnya lagi para peserta didik jauh lebih paham dan lebih cepat menyerap konsep yang terkandung dalam materi matematika tersebut.

Tiap-tiap permasalahan dalam pembelajaran matematika adalah suatu tantangan. Tantangan yang paling banyak dalam masalah matematika tentu berkaitan dengan pembuktian. Menurut Hudojo pembuktian pada dasarnya merupakan penarikan kesimpulan yang sah dari premis-premis.¹⁰ Sedangkan menurut Bramlett and Drake Konsep bukti dalam matematika akan memiliki dasar dengan konsep penalaran deduktif. Orang-orang Yunani akan menerapkan penalaran deduktif untuk semua aspek pemikiran. penalaran deduktif beroperasi pada premis ada beberapa faktor yang diketahui atau diasumsikan yang benar. Melalui penalaran deduktif, fakta-fakta ini kemudian digunakan untuk menemukan fakta-fakta baru. Melalui penalaran deduktif dikenal tempat yang diketahui atau diasumsikan dari mana fakta baru atau kesimpulan baru tersebut.¹¹

Dalam mengidentifikasi apakah seseorang itu memiliki kemampuan pembuktian terdiri dari beberapa aspek, yaitu:¹² (a) mengetahui arti dari istilah dan pernyataan dalam bukti, termasuk makna pernyataan yang terbukti, (b) mampu membenarkan bagaimana pernyataan baru dalam bukti diikuti dari yang sebelumnya, dan (c) mengidentifikasi kerangka bukti.

Menurut Lestari dan Yudhanegara kemampuan pembuktian matematis adalah kemampuan memahami pernyataan atau simbol matematika serta memberikan alasan/bukti terhadap kebenaran solusi.¹³ Sama halnya dengan pendapat *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) yang menyatakan bahwa pembuktian matematis adalah cara formal untuk mengekspresikan berbagai fakta atau keterangan dalam penalaran dan membenaran.¹⁴ Sedangkan menurut Bramlett and Drake, pada dasarnya bukti matematis dalam hal ini hanyalah cara meyakinkan seseorang atau diri sendiri bahwa sesuatu itu benar dengan menggunakan argumen berdasarkan alasan yang dapat diterima.¹⁵

Pembuktian matematis memegang peranan yang sangat penting dalam matematika, karena banyak yang menganggap bukti menjadi pusat disiplin matematika dan praktek matematika.¹⁶ Bahkan dalam kapasitas ini, perannya telah lebih luas karena pembuktian

¹⁰ Herman Hudojo. *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*, (Malang: Penerbit Universitas Negeri Malang, 2005), hlm. 40.

¹¹ Bramlett, D. and Drake, C. A History of Mathematical Proof: Ancient Greece to the Computer Age, (*Journal of Mathematical Sciences & Mathematics Education*, Vol. 8 No. 2, 2013), hlm. 21.

¹² Weber, Keith. Effective Proof Reading Strategies for Comprehending Mathematical Proofs, (*International Journal Res. Undergrad. Math. Ed.* Vol.1, 2015), hlm. 292.

¹³ Lestari, K.E. dan Yudhanegara, M. R. *Penelitian Pendidikan Matematika*, (Bandung: PT Refika Aditama, 2015), hlm. 88.

¹⁴ NCTM. *Principles and Standards for School Mathematics*, (The United State of America, 2000), hlm. 56.

¹⁵ Bramlett, D. and Drake, *Op.Cit.*, hlm. 20.

¹⁶ Knuth, E. J. Teachers' Conceptions Of Proof In The Context Of Secondary School Mathematics, (*Journal of Mathematics Teacher Education* Vol. 5, 2002), hlm. 61.

merupakan bagian yang mutlak dan mendasar dalam matematika dan bagian yang tidak terpisahkan dari matematika. NCTM juga telah menekankan perlunya pembuktian matematis pada sekolah dasar dan menengah, yang juga mencerminkan pergeseran ke arah pemecahan masalah dan berpikir kritis. Tapi untuk mengkonstruksi bukti yang lebih rumit lagi akan diberikan pada jenjang perkuliahan di perguruan tinggi.¹⁷

Mengingat pentingnya kemampuan pembuktian matematis dalam pembelajaran matematika khususnya di perguruan tinggi maka kemampuan pembuktian matematis mahasiswa harus lebih dilatih dan dikembangkan. Salah satu mata kuliah yang mewajibkan mahasiswa memiliki kemampuan dalam pembuktian matematis adalah Analisis Real karena mata kuliah Analisis Real ini lebih banyak membahas pembuktian-pembuktian teorema, aksioma, maupun postulat yang sangat memerlukan berpikir analitis tingkat tinggi dari para mahasiswa.

Namun kenyataannya dari hasil pengamatan penulis selama mengajarkan mata kuliah Analisis Real di IAIN Padangsidimpuan, umumnya mahasiswa mengalami kesulitan dalam hal mengkonstruksi ide untuk membuktikan suatu dalil atau teorema tertentu, termasuk merencanakan strategi pembuktian, menentukan “target” pembuktian, baik pada bukti langsung maupun pada bukti tidak langsung. Alasan mahasiswa tidak bisa menjawab dominan disebabkan karena lupa atau tidak ingat tentang bentuk pembuktian. Hal ini juga terjadi dalam hampir semua matakuliah yang diikuti oleh mahasiswa, padahal pada beberapa mata kuliah mahasiswa juga dituntut untuk melakukan pembuktian matematis. Sehingga dari pernyataan tersebut dapat disimpulkan bahwa kemampuan pembuktian matematis mahasiswa masih rendah.

Temuan tersebut sejalan dengan penelitian Septian yang menyatakan bahwa Mata kuliah analisis real adalah kategori mata kuliah yang dinilai paling sulit bagi mahasiswa pendidikan matematika karena terlalu abstrak sehingga mahasiswa tidak memahami darimana proses pembuktian harus dimulai.¹⁸ Temuan tersebut didukung oleh penelitian Hodiyanto yang memaparkan bahwa berdasarkan hasil jawaban Ujian Akhir Semester (UAS) yang diperoleh bahwa mahasiswa banyak melakukan kesalahan dalam menjawab soal-soal analisis real baik mahasiswa dengan kemampuan tinggi, sedang, dan rendah.¹⁹

Hal yang sama dengan hasil penelitian yang ditemukan oleh Minggu, dkk., yang menunjukkan bahwa terdapat dua kategori kesulitan mahasiswa dalam pembuktian matematis pada matakuliah analisis real yaitu:²⁰ (1) kurangnya pemahaman tentang bukti matematika, dan (2) kurangnya pemahaman konsep, prinsip matematika dan kurang terlatih menggunakan

¹⁷ NCTM. *Principles and Standards for School Mathematics*, (The United State of America, 2000), hlm.57.

¹⁸ Septian, A., *Pengaruh Kemampuan Prasyarat Terhadap Kemampuan Penalaran Matematis Mahasiswa dalam Matakuliah Analisis Real*, (Jurnal Kajian Pendidikan, Volume 4, Nomor 2, Desember 2014), hlm. 180.

¹⁹ Hodiyanto. Analisis Kesalahan Mahasiswa Semester V dalam Mengerjakan Soal Pengantar Analisis Real, *EduSains: Jurnal Pendidikan Sains & Matematika*, Vol.5 No.1, 2017), hlm. 36.

²⁰ Minggu, dkk., *Penyebab Kesulitan Mahasiswa Dalam Pembuktian Matematika*, (Jurnal Penelitian Pendidikan INSANI, Volume 19, Nomor 1, Juni 2016), hlm. 21.

prosedur pembuktian matematika yang benar,serta tidak bertumpu pada cara-cara pembuktian yang tidak valid.

Melihat rendahnya kemampuan pembuktian matematis mahasiswa, jika ini dibiarkan maka akan berakibat terhambatnya perkuliahan mahasiswa dan tentunya mahasiswa akan terlambat dalam menyelesaikan studinya di IAIN Padangsidempuan. Oleh sebab itu perlu dilakukan suatu pengkajian terkait hal apa saja yang menjadi penyebab kesulitan mahasiswa dalam pembuktian matematis pada matakuliah Analisis Real, sehingga selanjutnya diharapkan mahasiswa tidak menemukan kesulitan lagi. Hal ini penting untuk merancang perkuliahan dengan menggunakan pembuktian matematis secara efektif, sehingga dosen bisa memberikan antisipasi didaktis kesulitan-kesulitan yang dialami mahasiswa.

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini adalah kualitatif dengan menggunakan metode deskriptif, yaitu penelitian yang dilakukan untuk menggambarkan keadaan dari suatu fenomena atau peristiwa secara sistematis sesuai dengan apa adanya, tanpa membuat perbandingan atau hubungan dari suatu variabel dengan variabel lainnya.²¹ Dengan demikian, penelitian ini mendeskripsikan kesulitan-kesulitan yang sering dialami oleh mahasiswa dalam menyelesaikan soal Analisis Real yang memerlukan pembuktian matematis pada pokok bahasan sifat urutan pada bilangan real.

Penelitian ini bertujuan untuk menggambarkan, melukiskan, secara lebih rinci dengan memberikan pandangan yang lengkap dan mendalam mengenai obyek yang diteliti.²² Sumber data dalam penelitian adalah mahasiswa Prodi Tadris/Pendidikan Matematika (TMM-3) Semester IV di IAIN Padangsidempuan yang berjumlah 34 orang mahasiswa pada T.A 2018/2019. Adapun instrumen pengumpulan data yang digunakan dalam penelitian ini adalah tes dalam bentuk essay (uraian) yang bertujuan untuk mengetahui kesulitan-kesulitan mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematis pada soal Analisis Real pada pokok bahasan sifat urutan bilangan real.

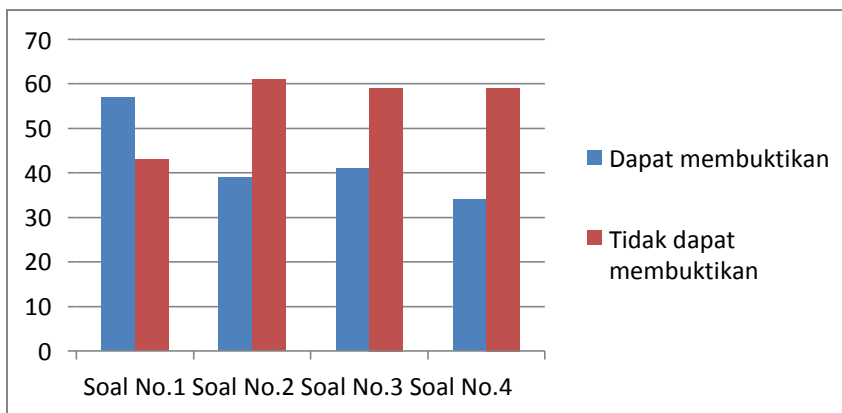
Penelitian ini dianalisis dengan menggunakan teknik analisis deskriptif naratif yang terdiri atas tiga alur kerja, yakni: reduksi data, penyajian data, dan penarikan kesimpulan/verifikasi. Data yang diperoleh pada penelitian ini berupa hasil lembar jawaban mahasiswa, data tersebut akan direduksi. Pada proses reduksi, peneliti akan merangkum, memilih hal-hal pokok, memfokuskan pada hal penting, mencari tema, dan polanya agar data yang telah direduksi dapat memberikan gambaran yang jelas dan dapat mempermudah peneliti untuk pengumpulan data berikutnya. Tahap selanjutnya adalah peneliti menyajikan data yang merupakan hasil reduksi yaitu data berupa deskripsi hasil pekerjaan siswa pada soal tes tertulis. Kemudian kegiatan yang terakhir dalam tahap ini adalah penarikan kesimpulan dari data yang telah diperoleh yaitu berupa paparan deskriptif tentang hasil penelitian yang ditemukan, baik berupa jenis kesulitan-kesulitan yang dialami mahasiswa maupun faktor penyebabnya.

²¹ Dantes, Nyoman., *Metode Penelitian* (Yogyakarta: C.V Andi Offset, 2014), hlm. 51.

²² Dedy Mulyana, *Metode Penelitian Kualitatif* (Bandung: PT. Remaja Rosdakarya, 2001), hlm. 201.

HASIL PENELITIAN

Kemampuan pembuktian matematis mahasiswa pada matakuliah Analisis Real disajikan berdasarkan hasil jawaban dalam menyelesaikan soal Ujian Tengah Semester (UTS). Adapun spektrum model jawaban mahasiswa dikategorikan pada dua point penyebab kesulitan mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematika. Kedua kategori tersebut adalah: (1) Memahami konsep pernyataan atau simbol matematika, dan (2) menyusun bukti kebenaran secara matematis. Dibawah ini akan dipaparkan secara rinci kesulitan-kesulitan yang dialami mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematis pada mata kuliah analisis real-1 yang disajikan pada persentase tingkat kemampuan pembuktian matematis mahasiswa.



Gambar 1. Diagram Batang Persentase Kemampuan Pembuktian Matematis

Berdasarkan Gambar 1 diketahui bahwa dari semua soal yang diberikan ternyata mahasiswa lebih banyak tidak mampu melakukan pembuktian matematis yang ditunjukkan oleh diagram batang berwarna merah. Hal tersebut disebabkan mahasiswa belum dapat mengoptimalkan seluruh kemampuan matematisnya dalam menyelesaikan soal. Oleh karena itu, disimpulkan bahwa mahasiswa tidak mampu memenuhi indikator kemampuan pembuktian matematis sehingga mengalami kesulitan dalam memahami apa sebenarnya bukti dalam matematika, mereka tidak begitu tahu bagaimana prosedur pembuktian secara matematis, kemudian ditemukan beberapa mahasiswa masih memandang membuktikan suatu pernyataan maupun teorema dalam matematika cukup dengan memberikan atau menunjukkan keberlakuan pernyataan atau terorema tersebut dalam satu contoh.

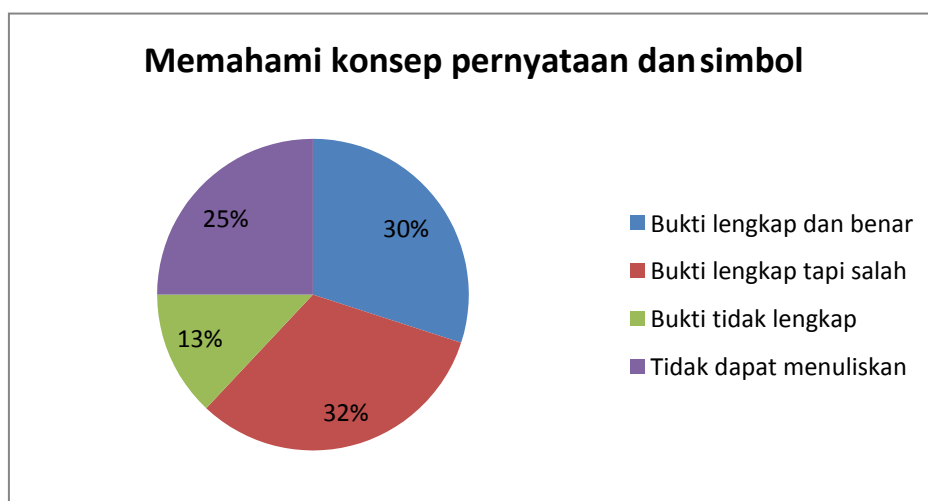
Hasil penelitian ini sejalan dengan temuan Sucipto dan Mauliddin²³ yang menjelaskan bahwa masih banyak mahasiswa yang mengalami kesulitan dalam belajar Analisis Real. Hal ini mencakup pada: mahasiswa sulit merespon apa maksud dan tujuan soal, sulit menentukan awal atau permulaan dari suatu pembuktian, sulit menemukan ide dan gagasan, sulit

²³ Sucipto, L., dan Mauliddin, Analisis kesulitan mahasiswa dalam memahami konsep bilangan real, (*BETA Jurnal Tadris Matematika*, Vol. 9 No. 2, 2016), hlm.208.

menerapkan definisi, sifat, maupun teorema dalam mengkonstruksi pembuktian, dan mahasiswa masih sulit berpikir logis menentukan langkah-langkah pembuktian yang benar.

Berdasarkan hasil penelitian ini dan didukung oleh penelitian terdahulu, dapat kita ketahui bahwa begitu pentingnya kemampuan pembuktian matematis bagi seseorang terutama guru dan calon guru. Hal tersebut menunjukkan bahwa meningkatkan peran pembuktian di seluruh tingkatan kelas dan lebih domain pada bidang matematika akan menuntut pembelajaran guru yang lebih besar. Namun, ada sedikit penelitian yang merinci apa yang diperlukan oleh guru untuk mengetahui tentang bukti atau bagaimana pengembangan keprofesionalannya mungkin mampu dilakukan dengan pembuktian seperti ini.²⁴

Adapun setelah dianalisis hasil jawaban siswa dalam menyelesaikan soal pembuktian matematis pada materi sifat urutan pada bilangan real dapat dirangkum bentuk kesulitan-kesulitan yang dialami mahasiswa yang dibagi menjadi dua kategori, yaitu: (1) Memahami konsep pernyataan atau simbol matematika, dan (2) menyusun bukti kebenaran secara matematis. Untuk hasil kategori pertama kesulitan mahasiswa dalam memahami konsep pernyataan atau simbol matematika diperoleh sebagaimana Gambar 2 berikut:



Gambar 2. Persentase Kesulitan pembuktian matematis pada kategori pertama

Berdasarkan gambar 2 diketahui bahwa mahasiswa mampu memberikan bukti lengkap dan benar sebesar 30% , mampu memberikan bukti yang lengkap tetapi cara pembuktiannya salah sebesar 32%, sedangkan mahasiswa yang memberikan bukti tidak lengkap sebesar 13% dan sebanyak 25% yang tidak memberikan bukti.

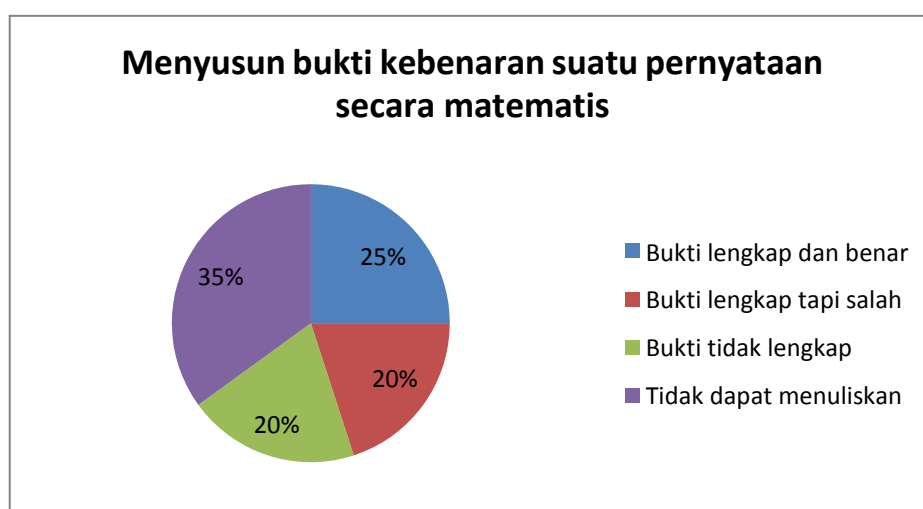
Adapun kesulitan pembuktian matematis pada kategori pertama yaitu: memahami konsep pernyataan atau simbol matematika. Berdasarkan indikator tersebut, kemampuan

²⁴ Lesseig, K., Investigating mathematical knowledge for teaching proof in professional development. (*International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, Vol. 2(2), 2016), hlm.253.

pembuktian matematis yang didapatkan bahwa hanya sebesar 30% sampel yang mampu memahami konsep pernyataan dan simbol dari masalah/soal yang diberikan. Selebihnya masih belum bisa melakukan pembuktian dengan baik, yaitu dengan menggunakan definisi yang ada, bahkan masih ada dari beberapa mahasiswa yang tidak pandai menggunakan angka dan simbol matematika dalam melakukan pembuktian.

Namun, jika dilihat kembali dari persentase kemampuan pembuktian matematis pada gambar 2, masih didapatkan hasil yang belum optimal. Terlihat bahwa sebagian besar mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal pembuktian. Hal ini disebabkan oleh beberapa faktor, salah satunya adalah lemahnya pemahaman konsep mahasiswa mengenai analisis real beserta definisi, teorema maupun postulat. Banyaknya teorema, aksioma ataupun postulat dalam analisis real kadang membuat mahasiswa bingung, sifat atau teorema mana yang harus digunakan sesuai dengan soal yang ditanyakan. Hal ini dikarenakan kurangnya penguasaan materi oleh mahasiswa.

Untuk kategori kesulitan mahasiswa dalam menyusun bukti kebenaran suatu pernyataan secara matematis berdasarkan definisi, prinsip dan teorema diperoleh sebagaimana Gambar 3 berikut.



Gambar 3. Persentase Kesulitan pembuktian matematis pada kategori kedua

Berdasarkan Gambar 3 diketahui bahwa dominan mahasiswa mampu memberikan bukti lengkap dan benar sebesar 25% , mampu memberikan bukti yang lengkap tetapi cara pembuktiannya salah sebesar 20%, sedangkan mahasiswa yang memberikan bukti tidak lengkap sebesar 20% dan sebanyak 35% yang tidak memberikan bukti.

Adapun kesulitan pembuktian matematis pada kategori kedua yaitu: menyusun bukti kebenaran suatu pernyataan secara matematis. Dari hasil pengujian kemampuan matematik berdasarkan dua bentuk masalah, yaitu memberikan bukti matematik dan validasi bentuk pembuktian terlihat kemampuan mahasiswa dalam melakukan pembuktian matematik yang

meliputi, pembuktian langsung bentuk implikasi, pembuktian *contrapositive*, pembuktian tidak langsung atau kontradiksi masih sangat rendah.

Pada analisis sebelumnya telah diuraikan ada dua faktor penyebab mahasiswa mengalami kesulitan dalam melakukan pembuktian matematis mulai dari kategori pertama kategori tersebut adalah: (1) Memahami konsep pernyataan atau simbol matematika, dan kategori kedua adalah: (2) menyusun bukti kebenaran secara matematis. Setiap subyek pada tiap-tiap butir soal, meliputi: tidak bisa menyusun makna kata yang dipikirkan, kurang teliti, kurang memiliki kemampuan matematika, lupa, kurang latihan mengerjakan soal-soal bentuk cerita, serta kurang memahami soal.

Berdasarkan observasi dalam mempelajari materi sifat urutan pada bilangan real, mahasiswa juga mengalami kesulitan dalam membuktikan sebuah teorema. Hal ini dapat terlihat ketika dosen memberikan tugas pada mahasiswa, soal-soal yang berupa pembuktian teorema, seringkali untuk nomor soal tersebut jawabannya kosong. Terkadang ada mahasiswa yang bisa menuliskan jawaban untuk soal tersebut, namun hasilnya hampir tidak mengarah pada bukti yang sebenarnya. Menggunakan definisi, aksioma atau teorema lain sebagai dasar dalam membuktikan sebuah teorema masih sangat kurang.

Hasil dari penelitian yang telah dilakukan, kemampuan siswa pembuktian matematis masih sangat lemah sehingga mengakibatkan kesalahan pada langkah-langkah penyelesaian soal selanjutnya, oleh karena itu siswa tidak dapat menemukan jawaban yang tepat pada soal yang bersangkutan. Selain itu kemampuan siswa dalam menerjemahkan soal ke dalam pembuktian matematis dan penyelesaiannya tidak lepas dengan adanya faktor kemampuan dari dalam diri siswa masing-masing, selain faktor-faktor tersebut kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal dapat dilatih jika dosen sering memberikan tugas latihan pada siswa. Jadi, semakin banyak diberikan latihan dalam menyelesaikan soal maka mahasiswa akan semakin terampil dalam penyelesaian soal, tentunya mahasiswa memiliki kemandirian dan tanggungjawab untuk menyelesaikan tugasnya.

KESIMPULAN

Bagi sebagian besar mahasiswa khususnya jurusan matematika seyogyanya harus memberikan perhatian yang lebih dan mungkin terbuka melatih kemampuan dalam pembuktian matematisnya, karena pada gilirannya, pengalaman tersebut dan memperhatikan bukti dapat memengaruhi sifat pengalaman dengan bukti bahwa mahasiswa sebagai calon guru-guru ini akhirnya memberikan pengalaman yang berkualitas bagi para siswa mereka sendiri dikemudian hari.

Berdasarkan hasil analisis pada pembahasan dapat disimpulkan bahwa mahasiswa lebih banyak tidak mampu melakukan pembuktian matematis yang ditunjukkan oleh diagram batang berwarna merah. Hal tersebut disebabkan mahasiswa belum dapat mengoptimalkan seluruh

kemampuan matematisnya dalam menyelesaikan soal. Oleh karena itu, disimpulkan bahwa mahasiswa tidak mampu memenuhi indikator kemampuan pembuktian matematis sehingga mengalami kesulitan dalam memahami apa sebenarnya bukti dalam matematika, mereka tidak begitu tahu bagaimana prosedur pembuktian secara matematis, kemudian ditemukan beberapa mahasiswa masih memandang membuktikan suatu pernyataan maupun teorema dalam matematika.

Kegiatan analisis kesulitan mahasiswa dalam pembuktian matematis pada bilangan real ini pada dasarnya bertujuan agar dosen dapat mengetahui kelemahan-kelemahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal matematika dengan demikian dapat dilakukan bimbingan secara intensif maupun remedial teaching, selain itu bisa juga melakukan hal-hal yang harus diperbaiki dalam pembelajaran baik itu berupa pendekatan pembelajaran, metode pembelajaran dan lain sebagainya yang mendukung kelancaran proses belajar mengajar dalam pelajaran matematika menjadi lebih baik lagi kedepan.

DAFTAR PUSTAKA

- Bramlett, D. and Drake, C. (2013). A History of Mathematical Proof: Ancient Greece to the Computer Age, *Journal of Mathematical Sciences & Mathematics Education*, Vol. 8 No. 2.
- Dantes, Nyoman. (2014). *Metode Penelitian*, Yogyakarta: C.V Andi Offset.
- Dedy Mulyana,. (2001). *Metode Penelitian Kualitatif* (Bandung: PT. Remaja Rosdakarya).
- Hodiyanto. (2017). Analisis Kesalahan Mahasiswa Semester V dalam Mengerjakan Soal Pengantar Analisis Real, *EduSains: Jurnal Pendidikan Sains & Matematika*, Vol.5 No.1.
- Hudojo, Herman. (2005). *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*, Malang: Penerbit Universitas Negeri Malang.
- Knuth, E. J. (2002). Teachers' Conceptions Of Proof In The Context Of Secondary School Mathematics, *Journal of Mathematics Teacher Education* Vol. 5, Pages: 61–88.
- Lesseig, K. (2016). Investigating mathematical knowledge for teaching proof in professional development. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, Vol. 2(2), Pages: 253-270.
- Lestari, K.E. dan Yudhanegara, M. R. (2015). *Penelitian Pendidikan Matematika*, Bandung: PT Refika Aditama.
- Minggi, I., dkk. (2016). Penyebab Kesulitan Mahasiswa Dalam Pembuktian Matematika, *Jurnal Penelitian Pendidikan INSANI*, Volume 19, Nomor 1.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, The United State of America.

Nurrahmah, A., dan Karim, A. (2018). Analisis Kemampuan Pembuktian Matematis Pada Matakuliah Teori Bilangan, *Jurnal Edumath* , Volume 4. No. 2, Hlm. 21- 29.

Septian, A. (2014). Pengaruh Kemampuan Prasyarat Terhadap Kemampuan Penalaran Matematis Mahasiswa dalam Matakuliah Analisis Real, *Jurnal Kajian Pendidikan*, Volume 4, Nomor 2.

Sucipto, L., dan Mauliddin. (2016). Analisis kesulitan mahasiswa dalam memahami konsep bilangan real, *BETA Jurnal Tadris Matematika*, Vol. 9 No. 2, Hal.197-211.

Weber, Keith. (2015). Effective Proof Reading Strategies for Comprehending Mathematical Proofs, *International Journal Res. Undergrad. Math. Ed.* Vol.1, Pages: 289–314.