

## KONSEP STANDAR PROSES DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA Oleh:

Mariam Nasution, M. Pd<sup>1</sup>*Abstract*

*In the process of mathematics learning a teacher must be able to create a meaningful learning process. A good learning process will be able to achieve the goal of learning to the fullest. Teacher learning process should be able to bring the creativity of students, skills, liveliness and can solve problems. Mathematics Learning formulated by the National Council of Teachers of Mathematics or NCTM outlines that students must learn mathematics through understanding and actively build new knowledge from experience and knowledge that has been previously owned The standard in the process of learning mathematics are: 1) Understanding the concept of mathematics, 2) Mathematical reasoning,*

*3) mathematical communication, 4) Mathematical connection, 5) Mathematical problem solving. The five standard processes should not be viewed as something separate from the standard contents in the mathematics curriculum. The five standard processes direct the method-methods or processes to do all of mathematics, therefore, they must be seen as integral components with learning and teaching. The process standard refers to the mathematical process through which the student acquires and uses mathematical knowledge to derive the learning objectives set at the school level.*

## Abstrak

Dalam proses pembelajaran matematika, seorang guru harus mampu menciptakan proses belajar yang bermakna. Proses pembelajaran yang baik akan dapat mencapai tujuan belajar sepenuhnya. Proses pembelajaran guru harus mampu menghadirkan kreativitas siswa, keterampilan, keaktifan, dan dapat menyelesaikan masalah. Pembelajaran Matematika dirumuskan oleh Dewan Nasional Guru Matematika atau NCTM menguraikan bahwa siswa harus belajar dari matematika melalui pemahaman dan secara aktif membangun pengetahuan baru dari pengalaman dan pengetahuan yang telah dimiliki: 1) Memahami konsep matematika, 2) penalaran matematika,

3) komunikasi matematika, 4) koneksi Matematika, 5) pemecahan masalah Matematika. Lima proses standar tidak dilihat sebagai konten standar dalam kurikulum matematika. Lima proses standar adalah semua matematika, oleh karena itu, mereka harus dilihat sebagai komponen integral dengan pembelajaran dan pengajaran. Standar proses mengacu pada proses matematika di mana siswa memperoleh dan menggunakan pengetahuan matematika untuk mendapatkan tujuan pembelajaran yang ditetapkan di tingkat sekolah.

## Pendahuluan

Pembelajaran matematika merupakan pembelajaran yang membutuhkan suatu proses di dalam kelas. Dalam proses pembelajaran melibatkan semua komponen yaitu guru, peserta didik, sumber belajar, sarana dan prasarana. Dalam mencapai tujuan hasil belajar, seorang guru matematika harus dapat memberikan pembelajaran yang bervariasi dalam proses pembelajaran yang tujuannya agar siswa dapat aktif berpartisipasi yang di memusatkan pembelajaran sebagai *student center*. Pembelajaran berpusat pada siswa merupakan pembelajaran yang lebih berpusat pada kebutuhan, minat, bakat dan kemampuan siswa, sehingga pembelajaran akan menjadi sangat bermakna. Dengan pendekatan pembelajaran berpusat pada siswa menghasilkan siswa yang berkepribadian, pintar, cerdas, aktif, mandiri, tidak bergantung pada pengajar, melainkan mampu bersaing atau berkompetisi dan memiliki kemampuan komunikasi yang lebih baik.<sup>1</sup>

Perubahan paradigma dalam proses yang tadinya berpusat pada guru (*teacher centered*) menjadi pembelajaran yang berpusat pada siswa (*student centered*) diharapkan dapat mendorong siswa untuk terlibat secara aktif dalam membangun pengetahuan, sikap dan perilaku. Dalam proses pembelajaran yang berpusat pada siswa, maka siswa memperoleh kesempatan untuk membangun sendiri pengetahuannya sehingga mereka akan memperoleh pemahaman yang mendalam (*deep learning*) dan pada akhirnya dapat meningkatkan mutu kualitas siswa. Peran guru dalam pembelajaran berpusat pada siswa adalah sebagai fasilitator yang dalam hal ini, guru memfasilitasi proses pembelajaran di kelas. Fasilitator adalah orang yang memberikan fasilitas. Pada kegiatan pembelajaran matematika siswa yang di fasilitasi oleh guru akan dapat melakukan berbagai hal yang dapat menciptakan pembelajaran yang membangun pengetahuan dan

---

<sup>1</sup>Munir, *Pembelajaran Student Centered*, (Bandung : Alfabeta, 2008), hlm. 80-81

keterampilan siswa itu sendiri. Pembelajaran merupakan suatu proses yang dilakukan oleh individu untuk memperoleh suatu perubahan perilaku yang baru secara keseluruhan, sebagai hasil dari pengalaman individu itu sendiri dalam interaksi dengan lingkungannya.<sup>2</sup>

## Pembahasan

Pembelajaran Matematika yang dirumuskan oleh *National Council of Teachers of Mathematics* atau *NCTM* menggariskan, bahwa siswa harus mempelajari matematika melalui pemahaman dan aktif membangun pengetahuan baru dari pengalaman dan pengetahuan yang telah dimiliki sebelumnya. Ada lima standar proses dalam pembelajaran matematika yaitu:

### 1. Pemahaman Konsep Matematika (*understanding of mathematical concepts*)

Pemahaman konsep merupakan dasar utama dalam pembelajaran matematika. Herman menyatakan bahwa belajar matematika itu memerlukan pemahaman terhadap konsep-konsep, konsep-konsep ini akan melahirkan teorema atau rumus.<sup>3</sup> Agar konsep-konsep dan teorema-teorema dapat diaplikasikan ke situasi yang lain, perlu adanya keterampilan menggunakan konsep-konsep dan teorema-teorema tersebut. Oleh karena itu, pembelajaran matematika harus ditekankan ke arah pemahaman konsep. Suatu konsep yang dikuasai siswa semakin baik apabila disertai dengan pengaplikasian. Effandi menyatakan tahap pemahaman suatu konsep matematika yang abstrak akan dapat ditingkatkan dengan mewujudkan konsep tersebut dalam amalan pengajaran.<sup>4</sup> Siswa dikatakan telah memahami konsep apabila ia telah mampu mengabstraksikan sifat yang sama, yang merupakan ciri khas dari konsep yang dipelajari, dan telah mampu membuat generalisasi terhadap konsep tersebut.

Pemahaman konsep merupakan suatu aspek yang sangat penting dalam pembelajaran, karena dengan memahami konsep siswa dapat mengembangkan kemampuannya dalam setiap materi pelajaran. Pemahaman konsep terdiri dari dua kata yaitu pemahaman dan konsep. Menurut Sardiman, pemahaman

---

<sup>2</sup>Surya, Muhammad, *Psikologi Pembelajaran dan Pengajaran* (Bandung: Bani Quraisy, 2004). hlm 7

<sup>3</sup>Herman Hudojo. *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika* (Malang: IKIP 2005)

<sup>4</sup>Effandi Zakaria, Dkk *Trend Pengajaran dan Pembelajaran Matematik* (Kuala Lumpur: Utusan lications dan Distributors SDN BHD. 2000) hlm. 86

(*Understanding*) dapat diartikan menguasai sesuatu dengan pikiran.<sup>5</sup> Pemahaman merupakan perangkat standar program pendidikan yang merefleksikan kompetensi sehingga dapat mengantarkan siswa untuk menjadi kompeten dalam berbagai ilmu pengetahuan, sedangkan suatu konsep menurut Oemar Hamalik adalah suatu kelas atau kategori stimuli yang memiliki ciri-ciri umum.<sup>6</sup> Dari uraian tersebut, dapat dipahami bahwa kemampuan pemahaman konsep matematika menginginkan siswa mampu memanfaatkan atau mengaplikasikan apa yang telah dipahaminya ke dalam kegiatan belajar. Jika siswa telah memiliki pemahaman yang baik, maka siswa tersebut siap memberi jawaban yang pasti atas pernyataan-pernyataan atau masalah-masalah dalam belajar. Pemahaman konsep siswa yang dimaksud adalah tingkatan hasil belajar siswa sehingga dapat mendefinisikan atau menjelaskan sebagian atau mendefinisikan bahan pelajaran dengan menggunakan kalimat sendiri. Lebih lanjut agar guru mengetahui apakah siswa sudah mencapai tingkat pemahaman konsep matematik sesuai tujuan yang akan dicapai maka ada sejumlah indikator yang perlu jadi pedoman sebagai indikator pemahaman konsep matematika yaitu:

Indikator-indikator yang menunjukkan pemahaman konsep menurut Badan Standar Nasional Pendidikan (BNSP) antara lain:

- 1) Menyatakan ulang setiap konsep.
- 2) Mengklasifikasikan objek-objek menurut sifat-sifat tertentu (sesuai dengan konsepnya).
- 3) Memberikan contoh dan non contoh dari konsep.
- 4) Menyajikan konsep dalam berbagai bentuk representasi matematis.
- 5) Mengembangkan syarat perlu atau syarat cukup suatu konsep.
- 6) Menggunakan, memanfaatkan dan memilih prosedur atau operasi tertentu.
- 7) Mengaplikasikan konsep atau algoritma pemecahan masalah

Menurut Sanjaya indikator yang termuat dalam pemahaman konsep diantaranya:

- 1) Mampu menerangkan secara verbal mengenai apa yang telah dicapainya
- 2) Mampu menyajikan situasi matematika kedalam berbagai cara serta mengetahui perbedaan
- 3) Mampu mengklasifikasikan objek-objek berdasarkan dipenuhi atau tidaknya persyaratan yang membentuk konsep tersebut

---

<sup>5</sup>Sardiman. , *Interaksi & Motivasi Belajar Mengajar*. (Jakarta: Rajawali Pers: 2010). hlm. 43.

<sup>6</sup>Oemar Hamalik, *Perencanaan Pengajaran Berdasarkan Pendekatan Sistem*. (Jakarta: Bumi Aksara. 2008). hlm. 162

- 4) Mampu menerapkan hubungan antara konsep dan prosedur
- 5) Mampu memberikan contoh dan contoh kontra dari konsep yang dipelajari
- 6) Mampu menerapkan konsep secara algoritma
- 7) Mampu mengembangkan konsep yang telah dipelajari. <sup>7</sup>

Berdasarkan uraian di atas dapat disimpulkan bahwa pemahaman konsep dan indikator pemahaman konsep dalam pembelajaran matematika suatu hal yang sangat penting di terapkan karena ini merupakan langkah awal untuk mempelajari kegiatan-kegiatan pembelajaran matematika yang lain. Tanpa memahami sebuah konsep matematika lebih dahulu peserta didik tidak dapat melanjutkan ke pengetahuan yang lain.

## 2. Penalaran Matematika (*Mathematical Reasoning*)

Penalaran adalah suatu proses berpikir manusia untuk menghubungkan fakta-fakta atau data yang sistematis menuju suatu kesimpulan berupa pengetahuan. Materi penalaran matematika merupakan dasar untuk mempelajari materi-materi logikamatematika lebih lanjut. Logika tidak dapat dilepaskan dengan penalaran, karena logika adalah suatu prinsip yang membedakan antara penalaran benar dan penalaran tidak benar. Sementara itu, penalaran dapat diartikan sebagai cara berpikir, merupakan penjelasan dalam upaya menunjukkan hubungan antara beberapa hal yang berdasarkan pada sifat-sifat atau hukum-hukum tertentu yang telah diakui kebenarannya. Langkah-langkah tertentu itu akan berakhir pada suatu penarikan kesimpulan. Secara singkat, penalaran dapat diartikan sebagai proses penarikan kesimpulan dalam sebuah argumen.

Menurut R. G Soekadijo penalaran adalah suatu bentuk pemikiran. <sup>8</sup> Sedangkan menurut W. Poespoprodjo ilmu penalaran atau logika adalah ilmu dan kecakapan menalar, berpikir dengan tepat (*the science and art of correct thinking*). Dengan kata lain ditunjuk sasaran atau bidang logika, yaitu kegiatan pikiran atau akal budi manusia. Dengan berpikir dimaksudkan kegiatan akal untuk “mengolah” pengetahuan yang kitaterima melalui panca indera, dan ditunjukkan untuk mencapai suatu kebenaran. <sup>9</sup> Penalaran merupakan salah satu kejadian dari proses berpikir. Pengertian mengenai berpikir (*thinking*) yaitu serangkaian proses mental

---

<sup>7</sup>Wina Sanjaya, . Strategi Pembelajaran Berorientasi Standar Proses Pendidikan. (Jakarta: Kencana, 2009). hlm 125

<sup>8</sup>Soekadijo, Logika Dasar Internasional, Simbolik dan Induktif, (Jakarta, PT Gramedia, 1985), hlm. 3

<sup>9</sup>W. Poespoprodjo, Logika Ilmu Nalar, (Bandung, Pustaka Grafika, 2011), hlm. 13

yang banyak macamnya seperti mengingat kembali sesuatu hal, berkhayal, menghafal, menghitung dalam kepala, menghubungkan beberapa pengertian, menciptakan sesuatu konsep atau mengira-ngira pelbagai kemungkinan.<sup>10</sup> Lebih lanjut Karin Brodie menyatakan bahwa *mathematical reasoning is reasoning about and with the object of mathematic*. Pernyataan tersebut dapat diartikan bahwa penalaran matematika adalah penalaran mengenai objek matematika. Objek matematika dalam hal ini adalah cabang-cabang matematika yang dipelajari seperti statistika, aljabar, geometri, dan sebagainya.

<sup>11</sup>Terdapat dua jenis penalaran dalam pembelajaran matematika, yakni:<sup>12</sup>

#### a. Penalaran Induktif

Penalaran Induktif adalah proses berpikir untuk menarik suatu kesimpulan yang berlaku umum berdasarkan atas fakta-fakta yang bersifat khusus. Pada penalaran induktif terjadi proses penarikan kesimpulan dari hal-hal khusus menuju hal-hal umum. Penalaran induktif digunakan oleh beberapa cabang ilmu pengetahuan seperti fisika, kimia, biologi, dan sebagainya untuk membangun suatu teori baru. Secara umum, langkah-langkah penalaran induktif yang digunakan dalam matematika sebagai berikut :

- 1) Mengamati pola-pola yang terjadi.
- 2) Membuat dugaan (konjektur) tentang pola umum yang mungkin berlaku.
- 3) Membuat generalisasi.
- 4) Membuktikan generalisasi secara deduktif.

Contoh Penalaran matematika secara induktif  
Berapakah hasil penjumlahan berikut ini?

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 199.$$

untuk menjawab pertanyaan tersebut dibuat pola sebagai berikut!

Banyak suku Penjumlahan Hasil

$$1 + 1 + 1 = \dots \text{ pangkat } 2$$

$$2 + 1 + 3 + 4 = 2 \text{ pangkat } \dots$$

---

<sup>10</sup>Suhartoyo Hardjosatoto dan Endang Daruni Asdi, *Pengantar Logika Modern Jilid I*. (Yogyakarta: Fakultas Filsafat Universitas Gajah Mada, 1979), hlm. 10

<sup>11</sup>Karin Brodie, *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classroom*, (Newyork, Springer, 2010), hlm. 7

<sup>12</sup>John W. Santrock, *Educational Psychology*, diterjemahkan oleh Diana Angelica, (Jakarta, Salemba Humanika, 2011), hlm. 9-10

$$3 \quad 1 + 3 + 5 \quad 9 = \dots \text{ pangkat } 2$$

$$4 \quad 1 + 3 + 5 + 7 \quad 16 = 4 \text{ pangkat } \dots$$

$$5 \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 \quad 25 = \dots \text{ pangkat } 2$$

$$6 \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 \quad 36 = 6 \text{ pangkat } \dots$$

dst.

$$100 \quad 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 199 \dots = \dots \text{ pangkat } 2$$

Lengkapilah titik-titik pada kolom hasil dari pola tersebut. Anda akan memperoleh bahwa:

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 199 = 100 \text{ pangkat } 2 = 10.000$$

Pada soal tersebut 199 merupakan bilangan ganjil ke -100.

Berapakah bilangan ganjil ke-n?

Berapakah jumlah n bilangan ganjil pertama, yaitu:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n \text{ pangkat } 2.$$

b. Penalaran Deduktif

Penalaran deduktif penalaran dari hal yang umum ke hal yang khusus. Penalaran deduktif selalu pasti, bahwa jika aturan atau asumsi awalnya adalah benar, maka kesimpulannya juga benar. npada penalaran deduktif terjadi proses penarikan kesimpulan dari hal-hal umum menuju ke hal -hal khusus. Di dalam membuktikan dengan penalaran deduktif, kesimpulan didasarkan atas pernyataan generalisasi yang berlaku umum dan pernyataan khusus serta tidak menerima generalisasi dari hasil observasi seperti yang diperoleh dari penalaran induktif. Dasar penalaran deduktif yang berperan dalam matematika adalah kebenaran suatu pernyataan haruslah didasarkan pada kebenaran pernyataan - pernyataan lain. Penarikan kesimpulan yang demikian ini sangat berbeda dengan penarikan kesimpulan pada penalaran induktif yang didasarkan pada hasil pengamatan atau eksperimen yang terbatas. Kebenaran yang diperoleh dari hasil pengamatan atau eksperimen tidak bisa dijamin bebas dari kesalahan atau salah menafsirkan. Contoh penalaran matematika secara deduktif

1. Buktikan bahwa jumlah dua buah bilangan ganjil adalah bilangan genap!  
Penyelesaian: Dapat dibuat permisalan secara umum bahwa m dan n adalah sembarang dua bilangan bulat, maka  $2m+1$  dan  $2n+1$  tentunya masing-masing merupakan bilangan ganjil. Jika dijumlahkan:  $(2m+1) + (2n+1) = 2(m+n+1)$  Karena bilangan bulat, maka  $(m+n+1)$  bilangan bulat, sehingga

$2(m+n+1)$  adalah bilangan genap. Jadi jumlah dua bilangan ganjil selalu genap.

2. Buktikan persamaan berikut:  $-b + (a + b) = a$ !

Penyelesaian: Dalam pembuktian persamaan tersebut digunakan pengetahuan aljabar yang berkaitan dengan bilangan real  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  terhadap operasi penjumlahan (+) dan perkalian (.) yang didasarkan pada enam aksioma atau postulat berikut:

1. Tertutup,  $a+b \in \mathbb{R}$  dan  $a \cdot b \in \mathbb{R}$
2. Asosiatif,  $a+(b+c) = (a+b)+c$  dan  $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
3. Komutatif,  $a+b = b+a$  dan  $a \cdot b = b \cdot a$
4. Distributif,  $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$  dan  $(b+c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$
5. Identitas,  $a+0 = 0+a = a$  dan  $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
6. Invers,  $a+(-a) = (-a)+a = 0$  dan  $a \cdot 1/a = a/1 \cdot a = 1$  untuk  $a \neq 0$

Berdasar enam aksioma itu, teorema seperti  $-b + (a + b) = a$  dapat dibuktikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} -b + (a+b) &= -b + (b+a) \text{ Aksioma 3} \rightarrow \text{Komutatif} \\ &= (-b+b) + a \text{ Aksioma 2} \rightarrow \text{Asosiatif} \\ &= 0 + a \text{ Aksioma 6} \rightarrow \text{Inver} \\ &= a \text{ Aksioma 5} \rightarrow \text{Identitas} \end{aligned}$$

Jadi terbukti bahwa  $-b + (a + b) = a$  adalah benar.

3. Komunikasi Matematika (*mathematical communication*)

Dalam proses pembelajaran matematika komunikasi merupakan suatu alat untuk menyampaikan pesan, ide, pendapat, sanggahan dan sebagainya yang berbentuk lisan maupun tulisan. Dalam kegiatan belajar matematika komunikasi yang baik dapat menentukan keberhasilan dalam mencapai tujuan pembelajaran. Guru mempunyai peran penting dalam merancang pengalaman belajar di kelas sedemikian sehingga siswa mempunyai kesempatan bervariasi untuk berkomunikasi secara matematis. Kemampuan komunikasi matematika merupakan hal yang sangat penting dan perlu ditingkatkan dalam pembelajaran matematika karena komunikasi bisa membantu pembelajaran siswa tentang konsep matematika ketika mereka memerankan situasi, menggambar, menggunakan objek, memberikan laporan dan penjelasan verbal. Keuntungan sampingannya adalah bisa mengingatkan siswa bahwa mereka berbagi tanggung jawab dengan guru atas pembelajaran yang muncul dalam pembelajaran tertentu

*Principles and Standards for School Mathematics*, (NCTM) mendeklarasikan pernyataan bahwa program pembelajaran di kelas-kelas TK sampai SMU di Amerika Serikat harus memberi kesempatan kepada para siswa untuk: <sup>13</sup>

- 1) Mengorganisasi dan mengkonsolidasikan pemikiran dan ide matematika dengan cara mengkomunikasikannya.
- 2) Mengkomunikasikan pemikiran matematika mereka secara logis dan jelas kepada teman sejawatnya, gurunya, dan orang lain.
- 3) Menganalisis dan mengevaluasi pemikiran matematika orang lain
- 4) Menggunakan bahasa matematika untuk menyatakan ide-ide mereka dengan tepat.

Secara umum, matematika berfokus pada representasi dan komunikasi dalam berbagai gagasan, ide, dan hubungan yang bersifat numerik, spasial, serta berkenaan dengan data. Ada banyak aktivitas pembelajaran yang mendukung tema ini, seperti siswa yang boleh menginterpretasikan ide, gagasan, ataupun pikiran-pikiran yang konseptual yang mereka miliki sendiri ke dalam bentuk simbolik dan dapat diubah ke dalam gambaran verbal dari situasi tersebut. Aktivitas lain bisa dengan menyelidiki suatu masalah, menuliskan masalah, memberi keterangan (notasi) ataupun dugaan-dugaan (hipotesis) untuk menjelaskan observasi-observasi dalam matematika. Peranan komunikasi dalam matematika sangat besar, karena saat para siswa mengkomunikasikan ide, gagasan ataupun konsep matematika, mereka belajar mengklarifikasi, memperhalus dan menyatukan pemikiran.

Lebih lanjut Within menyatakan kemampuan komunikasi menjadi penting ketika diskusi antar siswa dilakukan, dimana siswa diharapkan mampu menyatakan, menjelaskan, menggambarkan, mendengar, menanyakan dan bekerjasama sehingga dapat membawa siswa pada pemahaman yang mendalam tentang matematika. Anak-anak yang diberikan kesempatan untuk bekerja dalam kelompok dalam mengumpulkan dan menyajikan data, mereka menunjukkan kemajuan baik di saat mereka saling mendengarkan ide yang satu dan yang lain, mendiskusikannya bersama kemudian menyusun kesimpulan yang menjadi pendapat kelompoknya. Ternyata mereka belajar sebagian besar dari berkomunikasi dan mengkonstruksi sendiri pengetahuan mereka. <sup>14</sup>

---

<sup>13</sup>NCTM, *Principles and Standards for School Mathematics*. (Reston: NCTM, 2000)

<sup>14</sup>Within, Mathematics Task Centre; Professional Development and Problem Solving. In J Wakefield and L. Velardi (Ed). *Celebrating Mathematics Learning*. (Melbourne: The Mathematical Association of Victoria, 1992)

Menurut Sumarmo (dikutip Kadir), indikator komunikasi matematis merupakan kemampuan yang dapat menyertakan dan memuat berbagai kesempatan untuk berkomunikasi dalam bentuk:<sup>15</sup>

- 1) Merefleksikan benda-benda nyata, gambar, dan diagram ke dalam ide matematika;
- 2) Membuat model situasi atau persoalan menggunakan metode lisan, tertulis, konkrit, grafik, dan aljabar;
- 3) Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa dan simbol matematika;
- 4) Mendengarkan, berdiskusi, dan menulis tentang matematika;
- 5) Membaca dengan pemahaman suatu presentasi matematik tertulis;
- 6) Membuat konjektur, menyusun argument, merumuskan definisi, dan generalisasi; dan
- 7) Menjelaskan dan membuat pertanyaan tentang matematika yang telah dipelajari.

Hal senada di ungkapkan TIM PPPG Matematikabeberapa indicator yang menunjukkan adanya komunikasi antarlain: <sup>16</sup>

- 1) Menyajikan pernyataan matematika secara lisan, tertulis, gambar dan diagram.
- 2) Mengajukan dugaan (conjectures).
- 3) Melakukan manipulasi matematika.
- 4) Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap beberapa solusi.
- 5) Menarik kesimpulan dari pernyataan.
- 6) Memeriksa kesahihan suatu argument.
- 7) Menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Pembuktian komunikasi secara tertulis dapat dibuktikan dalam bentuk kata-kata, lambang matematis, dan bilangan telah digunakan untuk mengkomunikasikan ide-ide dan pikiran penulis. Di bawah judul '*Why teach mathematics*'; laporan Cockroft menyatakan bahwa: "*We believe that all these*

---

<sup>15</sup>Kadir. (2008). *Kemampuan komunikasi matematik dan keterampilan sosial siswa dalam pembelajaran matematika*. Makalah disampaikan dalam Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika, pada tanggal 28 November 2008, di Yogyakarta.

<sup>16</sup>Ramadhina, D. 2007. *Pengaruh kemampuan bernalar dan kemampuan Komunikasi Matematika Terhadap Kemampuan Menyelesaikan Soal Cerita Melalui Model Pembelajaran Pemecahan Masalah*. <http://digilib.umnes.ac.id>(diakses 5 Mei 2018)

*perceptions of the usefulness of mathematics arise from the fact that mathematics provides a means of communication which is powerful, concise, and unambiguous.*<sup>17</sup> Pernyataan ini menunjukkan tentang perlunya para siswa belajar matematika dengan alasan bahwa matematika merupakan alat komunikasi yang sangat kuat, teliti, dan tidak membingungkan. Sebagai contoh:

1. Jarak tempuh sepeda motor selama 3 jam dengan kecepatan 20 km/jam.
2. Luas permukaan kolam dengan ukuran panjang 20 m dan lebar 3 meter.
3. Banyak roda pada 20 buah becak.

Contoh di atas telah menunjukkan bahwa suatu notasi, yaitu  $20 \times 3$  dapat menyatakan suatu hal yang berbeda. Selain itu, lambang, gambar, dan tabel dapat juga digunakan untuk menyampaikan informasi. Bayangkan jika para siswa tidak mempelajari matematika, dantidakbiasamengkomunikasikannyabagaimana cara mereka untuk menyatakan jarak yang ditempuh sepeda motor selama waktu dan dengan kecepatan tertentu? Bagaimana cara mereka untuk menentukan luas permukaan kolam dengan ukuran tertentu? Bagaimana cara mereka untuk menyatakan banyaknya roda becak, sepeda motor, mobil dalam jumlah tertentu?

Sejalan dengan itu, Suriasumantri menulis: "Matematika adalah bahasa yang melambangkan serangkaian makna dari pernyataan yang ingin kita sampaikan. Lambang lambang matematika bersifat "artifisial" yang baru mempunyai arti setelah sebuah makna diberikan padanya."<sup>18</sup> Secara umum, sejalan dengan semakin kuatnya tuntutan keterbukaan dan akuntabilitas dari setiap lembaga, kemampuan mengkomunikasikan ide dan pendapat akan semakin dibutuhkan.

Dari penjelasan di atas dapat disimpulkan bahwan kemampuan komunikasi dalam proses pembelajaran matematika perlu dirancang dengan baik sehingga memungkinkan dapat menstimulasi siswa dalam mengembangkan kemampuan komunikasinya. Proses komunikasi yang baik berpotensi dalam memicu siswa untuk mengembangkan ide-ide dan membangun pengetahuan matematikanya. Hal demikian akan terjadi dalam pembelajaran matematika yang memanfaatkan masalah terbuka. Dalam upaya menemukan berbagai strategi atau solusi suatu soal terbuka, siswa didorong untuk mengeksplorasi pengetahuan atau ide-ide yang relevan. Dengan cara demikian, siswa akan menjadi lebih kompeten dalam memahami konsep-konsep matematika. Secara singkat dapat dikatakan bahwa proses komunikasi yang memanfaatkan masalah terbuka dan dirancang

---

<sup>17</sup>Cockroft, W. H. *Mathematics Counts*. (London: HMSO, 1986). hlm 1

<sup>18</sup>Suriasumantri, J. S. *Filsafat Ilmu*. (Jakarta: Sinar Harapan, 1988). hlm 190

dengan baik dapat mendorong siswa memahami materi matematika dengan baik.

#### 4. Koneksi matematika (*mathematical connections*)

Koneksi matematika merupakan salah satu kemampuan yang menjadi tujuan pembelajaran matematika. Koneksi matematika terjadi antara matematika dengan matematika itu sendiri atau antara matematika dengan di luar matematika dan antara matematika dengan kehidupan sehari-hari. Dengan kemampuan koneksi matematika, selain memahami manfaat matematika, siswa mampu memandang bahwa topik-topik matematika saling berkaitan.

Koneksi matematika adalah jembatan dimana pengetahuan sebelumnya atau pengetahuan baru digunakan untuk membangun atau memperkuat pemahaman tentang hubungan antara ide-ide matematika, konsep, alur, atau representasi. Bell menyatakan bahwa tidak hanya koneksi matematik yang penting namun kesadaran perlunya koneksi dalam belajar matematika juga penting.<sup>19</sup> Apabila ditelaah tidakada topik dalam matematika yang berdiri sendiri tanpa adanya koneksi dengan topik lainnya. Koneksi antar topik dalam matematika dapat difahami siswa apabila anak mengalami pembelajaran yang melatih kemampuan koneksinya, salah satunya adalah melalui pembelajaran yang bermakna. "*When student can connect mathematical ideas, their understanding is deeper and more lasting*" (NCTM). Apabila para siswa dapat menghubungkan gagasan-gagasan matematis, maka pemahaman mereka akan lebih mendalam dan lebih bertahan lama.<sup>20</sup> Pemahaman siswa akan lebih mendalam jika siswa dapat mengaitkan antar konsep yang telah diketahui siswa dengan konsep baru yang akan dipelajari oleh siswa.

Seseorang akan lebih mudah mempelajari sesuatu bila belajar itu didasari kepada apa yang telah diketahui orang tersebut.

Menurut Jihad, koneksi matematika merupakan suatu kegiatan yang meliputi hal-hal berikut ini:<sup>21</sup>

- 1) Mencari hubungan berbagai representasi konsep dan prosedur.
- 2) Memahami hubungan antar topik matematika.

---

<sup>19</sup>Bell, Frederick H. *Teaching and Learning Mathematics in Secondary School*. Cetakan kedua. (Dubuque, Iowa: Wm. C. Brown Company Publishers, 1978). hlm. 145

<sup>20</sup>Lot. Cit hlm 64

<sup>21</sup>Jihad, A. (2008). *Pengembangan Kurikulum Matematika (Tinjauan Teoritis dan Historis)*. (Bandung: Multipressindo. 2008). hlm. 169

- 3) Menggunakan matematika dalam bidang studi lain atau kehidupan sehari-hari.
- 4) Memahami representasi ekuivalen konsep yang sama.
- 5) Mencari koneksi satu prosedur ke prosedur lain dalam representasi yang ekuivalen.
- 6) Menggunakan koneksi antar topik matematika, dan antara topik matematika dengan topik lain.

Kemampuan koneksi matematika adalah kemampuan siswa dalam mencari hubungan suatu representasi konsep dan prosedur, memahami antar topik matematika, mengaitkan ide-ide matematika dan kemampuan siswa mengaplikasikan konsep matematika dalam bidang lain atau dalam kehidupan sehari-hari. Berdasarkan hal tersebut, koneksi matematika tidak hanya menghubungkan antar topik dalam matematika, tetapi juga menghubungkan matematika dengan berbagai ilmu lain dan dengan kehidupan.

Indikator kemampuan koneksi matematik yang digunakan yaitu menurut NCTM yang di nyatakan oleh Reys, ditingkat kelas K-4, studi matematika untuk koneksi sehingga siswa mampu:<sup>22</sup>

- Menghubungkan pengetahuan konseptual dengan pengetahuan prosedural (*Link conceptual and procedural knowledge*);
- Menghubungkan berbagai representasi konsep atau prosedur satu sama lain (*Relate various representations of concepts or proseedures to one another*);
- Mengenali hubungan antara topik-topik berbeda dalam matematika (*Recognize relationships among different topics in mathematics*);
- Menggunakan matematika dalam area-area kurikulum lainnya (*use mathematics in other curriculum areas*);
- Menggunakan matematika dalam kehidupan sehari-hari (*Use mathematics in their daily lives*).

Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa koneksi matematika merupakan pengaitan antar materi matematika dan mata pelajaran lain, atau dengan topik lain, yang meliputi: memahami hubungan antar topik matematika; menggunakan matematika dalam bidang studi lain atau kehidupan sehari-hari; menggunakan koneksi antar topik matematika, dan antar topik matematika dengan topik lain.

---

<sup>22</sup>Reys, Robert E, Marlyn N Suydam, Mary M Linquist, Nancy L Smith. . *Helping Children Learn Mathematics*. (Boston : Allyn and Bacon, 1998)

##### 5. Pemecahan Masalah Matematika (*mathematical problem solving*)

Pemecahan masalah merupakan bagian dari kurikulum matematika yang sangat penting karena dalam proses pembelajaran maupun penyelesaian, siswa dimungkinkan memperoleh pengalaman menggunakan pengetahuan dan keterampilan yang sudah dimiliki untuk diterapkan pada pemecahan masalah yang bersifat tidak rutin. Melalui kegiatan ini aspek- aspek kemampuan matematika penting seperti penerapan aturan pada masalah tidak rutin, penemuan pola, penggeneralisasian, komunikasi matematika, dan lain -lain dapat dikembangkan secara lebih baik.

Polya mendefinisikan "*Solving a problem means finding wau out a difficulty*" maksudnya pemecahan masalah sebagai usahamencari jalan keluar dari suatu kesulitan.<sup>23</sup> Hal senada Anderson menyatakan *the problem solving methods we will describe heuristics* yang mengandung pengertian metode pemecahan masalah dapat menyelesaikan masalah secara menyeluruh.<sup>24</sup> Suatu pertanyaan akan menjadi masalah hanya jika pertanyaan itu menunjukkan adanya suatu tantangan yang tidak dapat dipecahkan oleh suatu prosedur rutin yang sudah diketahui si pelaku. Karenanya, dapat terjadi suatu pertanyaan menjadi masalah bagi seorang peserta didik akan menjadi soal biasa bagi peserta didik yang lain, karena peserta didik tersebut sudah mengetahui prosedur untuk menyelesaikannya, atau sudah mendapatkan pemecahan masalahnya.

Identifikasi masalah merupakan tahap awal dalam pembelajaran problem solving. Dengan mengidentifikasi sebanyak mungkin masalah yang terkait dengan fokus yang akan dicari dengan cara penemuan atau kajian dan penelaahan atau penelitian yang mendalam. Karena tidak semua masalah dapat diselesaikan, siswa diarahkan untuk memilih salah satu yang dapat dijadikan fokus pembahasan. Setelah ditetapkan masalahnya, lalu dikaji pilihan-pilihan strategi yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah tersebut.

Pemecahan masalah tidak terlepas dari pengetahuan seseorang akan substansi masalah. Misalnya bagaimana pemahaman terhadap inti masalah, prosedur/langkah apa yang digunakan, dan aturan/rumus mana yang tepat untuk digunakan dalam pemecahan masalah tersebut. Dari pengertian di atas terlihat bahwa dalam pemecahan masalah dibutuhkan prosedur yang mengacu pada keterampilan mengurutkan langkah-langkah yang dikenal dengan prosedur pemecahan masalah.

---

<sup>23</sup>Polya, G. *How to Solve It*. (New Jersey: Pricenton University Press, 1973). hlm. 1

<sup>24</sup>Anderson, John R, *Cognitive Psychology and Its Implications*. (New York: W. H. Freeman and Company. 1985). hlm. 205

Beberapa prosedur/langkah pemecahan masalah yang dapat digunakan sebagai acuan dalam pembelajaran matematika diuraikan sebagai berikut.

1. Polya, menjabarkan langkah-langkah pemecahan masalah, yaitu: (a) understand the problem, (b) make a plan, (c) carry out our plan, dan (d) look back at the completed solution. <sup>25</sup>
2. Hayes menyatakan langkah-langkah pemecahan masalah, yaitu: (a) identifying the problem (mengidentifikasi masalah), (b) representation of the problem (representasi masalah), (c) planning the solution (merencanakan penyelesaian), (d) execute the plan (merealisasi rencana), (e) evaluate the plan (mengevaluasi rencana), dan (f) evaluate the solution (mengevaluasi penyelesaian). <sup>26</sup>
3. Ruseffendi memberikan lima langkah pemecahan masalah, yaitu: (a) merumuskan permasalahan dengan jelas, (b) menyatakan kembali persoalannya dalam bentuk yang dapat diselesaikan, (c) menyusun hipotesis (sementara) dan strategi pemecahannya, (d) melaksanakan prosedur pemecahan, dan (e) melakukan evaluasi terhadap penyelesaian. <sup>27</sup>
4. Kerschensteiner memberikan empat langkah pemecahan masalah, yaitu: (a) analisis kesulitan dan pembatasan ke keliling, (b) perkiraan pemecahan, (c) pengujian gaya pemecahan, dan (e) usaha penetapan berulang. <sup>28</sup>
5. Wittig dan Williams (dalam Priatna) mengemukakan langkah-langkah pemecahan masalah, yaitu: (a) merumuskan permasalahannya, (b) pengolahan dan penyelesaian, dan (c) mengevaluasi penyelesaian. <sup>29</sup>
6. Eggen dan Kauchak memberikan lima langkah dalam pemecahan masalah, yaitu: (a) identifikasi masalah, (b) merumuskan masalah, (c) pemilihan strategi, (d) pelaksanaan strategi, dan (e) evaluasi hasil. <sup>30</sup>

---

<sup>25</sup>Loc. Cit. hlm. 5-6

<sup>26</sup> Solso, Robert L. *Cognitive Psychology*. (Needham Heights: Allyn & Bacon, 1995). hlm. 443

<sup>27</sup>Ruseffendi, E. T, *Pengajaran Matematika Modern: Seri Kelima*. (Bandung: Tarsito, 1980). hlm 222.

<sup>28</sup>Maier, Herman. 1995. *Kompendium Didaktik Matematika*. (Bandung: Remaja Rosdakarya). hlm . 80

<sup>29</sup>Priatna, Nanang. . *Pengaruh Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Pemecahan Masalah pada Siswa SLTP*. Makalah Disajikan pada Seminar Nasional Matematika di Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya, 2 Nopember 2000.

<sup>30</sup>Eggen, Paul D dan Kauchak, Donald P. . 1996. *Strategi for Teacher: Teaching Content and Thinking Skills*. (Boston: Allyn & Bacon, 1996. ). Hlm. 50

Indikator pemecahan masalah yang disarankan untuk digunakan dalam mengukur kemampuan pemecahan masalah matematis adalah indikator yang diungkapkan oleh Prabawanto yaitu kemampuan siswa dalam menyelesaikan masalah matematis dengan menggunakan strategi yang tepat dalam beberapa aspek, yaitu:<sup>31</sup>

- 1) Menyelesaikan masalah matematis tertutup dengan konteks di dalam matematika.
- 2) Menyelesaikan masalah matematis tertutup dengan konteks di luar matematika.
- 3) Menyelesaikan masalah matematis terbuka dengan konteks di dalam matematika.
- 4) Menyelesaikan masalah matematis terbuka dengan konteks di luar matematika.

Tingkat pemecahan masalah menurut Dewey (dalam Carson), adalah: <sup>32</sup>

- 1) Menghadapi masalah (*confront problem*), yaitu merasakan suatu kesulitan. Proses ini bisa meliputi menyadari hal yang belum diketahui pada ketidakjelasan suatu situasi.
- 2) Pendefinisian masalah (*define problem*), yaitu mengklarifikasi karakteristik-karakteristik situasi. Tahap ini meliputi kegiatan mengkhususkan apa yang diketahui dan yang tidak diketahui, menemukan tujuan-tujuan, dan mengidentifikasi kondisi-kondisi standar dan ekstrim.
- 3) Penemuan solusi (*inventory several solution*), yaitu mencari solusi. Tahap ini bisa meliputi kegiatan memperhatikan pola-pola, mengidentifikasi langkah-langkah dalam perencanaan, dan memilih atau menemukan algoritma.
- 4) Konsekuensi dugaan solusi, yaitu melakukan rencana atas dugaan solusi. seperti menggunakan algoritma yang ada, mengumpulkandata tambahan, melakukan analisis kebutuhan, merumuskan kembali masalah, mencoba untuk situasi-situasi yang serupa, dan mendapatkan hasil (jawaban).
- 5) Menguji konsekuensi yaitu menguji apakah definisi masalah cocok dengan situasinya. Tahap ini bisa meliputi kegiatan mengevaluasi apakah

---

<sup>31</sup>Prabawanto, Sufyani, *meningkatkan kemampuan pemecahan masalah, komunikasi, dan self-effacy matematis mahasiswa melalui pembelajaran dengan pendekatan metacogniteve scaffolding*. (Disertasi. UPI bandung. , 2013). Tidak diterbitkan.

<sup>32</sup>Carson, J. A Problem With Problem Solving: Teaching Thinking Without Teaching Knowledge. *The Mathematics Educator*. 2007. Vol. 17, No. 2, hal. 7–14

hipotesisnya sesuai, apakah data yang digunakan tepat, apakah analisis yang apakah analisis sesuai dengan tipe yang ada, apakah hasilnya masuk akal, dan apakah rencana yang digunakan dapat diaplikasikan disoal yang lain.

Berdasarkan uraian di atas, maka pemecahan masalah merupakan suatu tujuan yang sangat penting dalam pembelajaran matematika, suatu pendekatan pembelajaran matematika merupakan kemampuan berpikir tingkat tinggi dalam matematika yang harus dimiliki oleh siswa. Kemampuan pemecahan masalah memerlukan daya berpikir siswa dalam menyelesaikan masalah matematika pada suatu kegiatan yang mementingkan prosedur yang ditempuh siswa guna memperoleh solusi permasalahan yang mereka hadapi.

### Penutup

Menurut NCTM ada lima standar proses dalam proses pembelajaran matematika. Kelima standar proses tersebut dikenal sebagai Daya Matematis (*Mathematical Power*). Kelima standar proses harus tidak dipandang sebagai sesuatu yang terpisah dari standar isi dalam kurikulum matematika. Kelima standar proses mengarahkan metode-metode atau proses-proses untuk mengerjakan seluruh matematika, oleh karena, itu harus dilihat sebagai komponen-komponen integral dengan pembelajaran dan pengajaran. Standar proses merujuk kepada proses matematika yangmana melalui proses tersebut siswa memperoleh dan menggunakan pengetahuan matematika. Adapun kelima standar tersebut, yaitu: 1) Pemahaman konsep matematika. 2) Penalaran matematika, 3) komunikasi matematika, 4) Koneksi matematika dan 5) Pemecahan masalah matematika.

### Daftar Pustaka

- Anderson, John R, *Cognitive Psychology and Its Implications*, New York: W. H. Freeman and Company. 1985
- Bell, Frederick H. *Teaching and Learning Mathematics in Secondary School. Cetakankedua*. Dubuque, Iowa: Wm. C. Brown Company Publishers, 1978
- Cockroft, W. H, *Mathematics Counts*, London: HMSO, 1986
- Carson, J. *A Problem With Problem Solving: Teaching Thinking Without Teaching Knowledge*. The Mathematics Educator. 2007. Vol. 17, No. 2
- Eggen, Paul D dan Kauchak, Donald P, Strategi for Teacher: *Teaching Content and Thinking Skills*. Boston: Allyn & Bacon, 1996

- Effandi Zakaria, Dkk, *Trend Pengajaran dan Pembelajaran Matematika*, Kuala Lumpur: Utusan Publications dan Distributors SDN BHD, 2000
- Herman Hudojo, *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika* Malang: IKIP, 2005
- In J Wakefield and L. Velardi (Ed), *Celebrating Mathematics Learning*. Melbourne: The Mathematical Association of Victoria, 1992
- John W. Santrock, *Educational Psychology*, diterjemahkan oleh Diana Angelica, Jakarta: Salemba Humanika, 2011
- Jihad, A. *Pengembangan Kurikulum Matematika (Tinjauan Teoritis dan Historis)*, Bandung: Multipressindo, 2008
- Karin Brodie, *Teaching Mathematical Reasoning in Secondary School Classroom*, New York: Springer, 2010
- Kadir, *Kemampuan komunikasi matematik dan keterampilan sosial siswa dalam pembelajaran matematika*. Makalah disampaikan dalam Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika, pada tanggal 28 November 2008, di Yogyakarta.
- Maier, Herman. 1995. *Kompendium Didaktik Matematika*, Bandung: Remaja Rosdakarya
- Munir, *Pembelajaran Student Centered*, Bandung : Alfabeta, 2008
- NCTM, *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM, 2000
- Prabawanto, Sufyani, *meningkatkan kemampuan pemecahan masalah, komunikasi, dan self-efficacy matematis mahasiswa melalui pembelajaran dengan pendekatan metacognitive scaffolding*. Disertasi. UPI Bandung. , 2013.
- Polya, G. *How to Solve It*. New Jersey: Prentice Hall, 1973
- Priatna, Nanang. . *Pengaruh Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Pemecahan Masalah pada Siswa SLTP*. Makalah Disajikan pada Seminar Nasional Matematika di Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya, 2 Nopember 2000.
- Ramadhina, D. *Pengaruh kemampuan bernalar dan kemampuan Komunikasi Matematika Terhadap Kemampuan Menyelesaikan Soal Cerita Melalui Model Pembelajaran Pemecahan Masalah*. 2007 <http://digilib.umnes.ac.id> (diakses 5 Mei 2018)
- Ruseffendi, E. T, *Pengajaran Matematika Modern*, Seri Kelima. Bandung: Tarsito, 1980
- Reys, Robert E, Marlyn N Suydam, Mary M Liguist, Nancy L Smith. . *Helping Children Learn Mathematics*. Boston : Allyn and Bacon, 1998

- Surya, Muhammad, *Psikologi Pembelajaran dan Pengajaran*, Bandung: Bani Quraisy, 2004.
- Sardiman, *Interaksi & Motivasi Belajar Mengajar*, Jakarta: Rajawali Pers: 2010
- Suriasumantri, J. S. *Filsafat Ilmu*. Jakarta: Sinar Harapan, 1988
- Soekadji, *Logika Dasar Internasional, Simbolik dan Induktif*, Jakarta, PT Gramedia, 1985
- Suhartoyo Hardjosatoto dan Endang Daruni Asdi, *Pengantar Logika Modern Jilid I*. Yogyakarta: Fakultas Filsafat Universitas Gajah Mada, 1979
- Solso, Robert L. *Cognitive Psychology*, Needham Heights: Allyn & Bacon, 1995
- Oemar Hamalik, *Perencanaan Pengajaran Berdasarkan Pendekatan Sistem*, Jakarta: Bumi Aksara. 2008
- Wina Sanjaya, . *Strategi Pembelajaran Berorientasi Standar Proses Pendidikan*. Jakarta: Kencana, 2009
- Within, Mathematics Task Centre; Professional Development and Problem Solving. W. Poespoprodjo, *Logika Ilmu Nalar*, Bandung, Pustaka Grafika, 2011