

REPRESENTASI MATEMATIS

Oleh:

Ahmad Nizar Rangkuti, S. Si., M.Pd¹

Abstract

Mathematical representative is part of mathematical communication. Mathematical communication ability is one of standard of process that still need for growing and students have it. This standard of process must say while process of mathematic learning. Mathematical representative is a picture, translator, act of expressing, reappointment, institutionalization, or modeling of idea, concept, concept mathematic, and relationship between one configuration, construction, or situation of problem which from the students in medley type as effort to get clarify meaning, showing of comprehending, or to look for solution of the problem which there in front of us. Representative is not also to show the result, or product of new configuration or construction, but also process of thinking that is done for getting and comprehending the concept, campaign, and relationship of mathematic from one configuration.

Kata kunci: *Komunikasi matematis, dan Representasi matematis*

PENDAHULUAN

Menghadapi masa depan yang penuh dengan persaingan dan tantangan, diperlukan kecakapan dan keterampilan tertentu untuk dapat mengatasi problematika dan dinamika zaman yang terus berkembang. Permasalahan yang terus berdatangan dalam kehidupan perlu disikapi secara cermat, efektif, dan efisien agar diperoleh solusi yang optimal. Untuk mengatasinya diperlukan kemampuan berpikir yang logis, rasional, sistematis, kritis, dan kreatif yang mampu memecahkan permasalahan.

Tidak dapat dipungkiri bahwa matematika sangat berkaitan erat dengan fenomena kehidupan, mulai dari fenomena yang sederhana sampai fenomena yang kompleks. Penguasaan matematika sangat diperlukan dalam kehidupan. Penguasaan

¹ Penulis adalah dosen pada Jurusan Tarbiyah Prodi Tadris Matematika IAIN Padangsidimpuan

matematika ini meliputi mengemukakan ide matematika ke dalam bahasanya (*mathematical communication*), kemampuan memahami isi (*content*) matematika itu sendiri, memahami kaitan antar konsep matematika (*mathematical connection*), , serta menyusun model matematika dalam menyelesaikan permasalahan (*mathematical problem solving*).

Oleh karena itu, karakteristik kemampuan matematika yang akan dikembangkan adalah aspek-aspek yang meliputi komunikasi matematik, kemampuan pemahaman konsep matematika, koneksi matematik, penalaran matematik, dan pemecahan masalah matematik. Pada tulisan ini akan dipaparkan tentang representasi matematis yang merupakan bagian dari komunikasi matematis.

PEMBAHASAN

NCTM (1989: 27) menyatakan bahwa representasi merupakan salah satu kunci keterampilan komunikasi matematik². Dengan demikian, jika proses pembelajaran matematika menekankan pada keterampilan dan kemampuan representasi, hal tersebut pada dasarnya melatih keterampilan siswa dalam komunikasi matematis.

1. Pengertian dan Proses Representasi Matematik

Menurut Goldin, representasi adalah suatu konfigurasi (bentuk atau susunan) yang dapat menggambarkan, mewakili, atau melambangkan sesuatu dalam suatu cara³. Contohnya, suatu kata dapat menggambarkan suatu objek kehidupan nyata atau suatu angka dapat mewakili suatu posisi dalam garis bilangan. Dalam hal ini, hubungan representasi-representasi dapat dipandang sebagai hubungan dua arah. Misalnya, grafik dalam bidang cartesius dapat digunakan sebagai representasi persamaan (ekspresi matematik) dengan cara menggambarkan himpunan penyelesaiannya atau persamaan merupakan representasi grafik dengan cara membuat pola hubungan yang memenuhi semua koordinat titiknya.

Secara lebih detail, NCTM menuturkan bahwa: a) proses representasi melibatkan penterjemahan masalah atau ide ke dalam bentuk baru; b) proses representasi termasuk pengubahan diagram atau model fisik ke dalam simbol-simbol atau kata-kata; dan c) proses representasi juga dapat digunakan dalam

²National Council of Teachers of Mathematics. *Curriculum and Evaluation Standards for School*

Mathematics. (Reston VA: The National Council of Teachers of Mathematics Inc, 1989) hlm. 27.

³Goldin, G.A. *Representation in Mathematical Learning and Problem Solving*. Dalam L.D English (Ed). *Handbook of International Research in Mathematics Education (IRME)*. (New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2002) hlm 209.

penterjemahan atau penganalisisan masalah verbal untuk membuat maknanya menjadi jelas⁴.

Dengan demikian, representasi matematik merupakan penggambaran, penterjemahan, pengungkapan, penunjukan kembali, pelambangan atau bahkan pemodelan dari ide, gagasan, konsep matematik, dan hubungan di antaranya yang termuat dalam suatu konfigurasi, konstruksi, atau situasi masalah tertentu yang ditampilkan siswa dalam bentuk beragam sebagai upaya memperoleh kejelasan makna, menunjukkan pemahamannya, atau mencari solusi dari masalah yang dihadapinya.

Sebagai gambaran sederhana dari representasi tersebut dapat ditunjukkan dalam contoh berikut ini. Jika diberikan konstruksi atau konfigurasi berupa persamaan $y = x - 3$; $x, y \in R$, maka konfigurasi atau konstruksi berbeda dari persamaan tersebut dapat berupa tabel yang menghubungkan nilai-nilai dari variabel x dan variabel y , grafiknya dalam bidang cartesius, penafsiran makna persamaan tersebut dalam bentuk kata-kata, uraian situasi masalahnya dalam bentuk soal cerita, atau konfigurasi lainnya yang memiliki makna sesuai dengan persamaan tersebut.

Berdasarkan uraian dan contoh di atas terlihat bahwa representasi sebenarnya bukan hanya menunjuk kepada hasil atau produk yang diwujudkan dalam konfigurasi atau konstruksi baru dan berbeda tetapi juga proses pikir yang dilakukan untuk dapat menangkap dan memahami konsep, operasi, dan hubungan-hubungan matematik dari suatu konfigurasi. Artinya, proses representasi matematik berlangsung dalam dua tahap yaitu secara internal dan eksternal.

Representasi internal adalah proses berpikir tentang ide-ide matematik yang memungkinkan fikiran seseorang bekerja atas dasar ide tersebut. Untuk memahami konsep matematik yang lebih penting bukanlah penyimpanan pengalaman masa lalu tetapi bagaimana mendapatkan kembali pengetahuan yang telah disimpan dalam ingatan dan relevan dengan kebutuhan serta dapat digunakan ketika diperlukan. Selanjutnya, dijelaskan pula bahwa proses mendapatkan pengetahuan yang relevan dan penggunaannya sangat terkait dengan pengkodean pengalaman masa lalu tersebut. Proses itulah yang disebut representasi internal karena merupakan salah satu aktivitas mental.

Proses representasi internal tersebut tentu tidak dapat diamati secara kasat mata dan tidak dapat dinilai secara langsung karena merupakan aktivitas mental seseorang di dalam pikirannya. Dengan kata lain, seseorang yang melakukan proses representasi internal dalam belajar matematika akan berpikir tentang ide, gagasan, atau konsep matematik yang sedang dipelajarinya agar dapat memaknai dan memahami masalah secara jelas, menghubungkan dan mengaitkan masalah tersebut dengan pengetahuan yang telah dimilikinya, dan menyusun strategi penyelesaiannya.

⁴ NCTM, *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, hlm. 27

Adapun representasi eksternal adalah hasil perwujudan untuk menggambarkan apa-apa yang dikerjakan siswa, guru, ahli matematik secara internal atau representasi internal. Hasil perwujudan tersebut dapat diungkapkan baik secara lisan atau tulisan dalam bentuk kata-kata, simbol, ekspresi, atau notasi matematik, gambar, grafik, diagram, tabel, atau melalui objek fisik berupa alat peraga.

Hiebert dan Wearne memandang bahwa pemahaman konsep yang dibangun dalam pengkonstruksian pemikiran akan menghubungkan beberapa representasi ide-ide matematik secara fisik, gambar, verbal, dan simbol⁵. Lebih jauh, Hiebert dan Wearne memberi kesan bahwa pembangunan hubungan-hubungan antara representasi eksternal akan mendorong tumbuhnya pemahaman konsep dan representasi internal yang lebih terpadu dari ide-ide matematik.

Berdasarkan paparan di atas terlihat bahwa proses interaksi representasi internal dan representasi eksternal terjadi secara timbal-balik (*feedback*) ketika seseorang mempelajari matematika. Secara visual, interaksi timbal-balik antara kedua representasi tersebut digambarkan sebagai berikut:



Gambar 1.

Interaksi Timbal-Balik antara Representasi Internal dan Eksternal

Dengan demikian, jika siswa memiliki kemampuan membuat representasi-representasi tersebut, secara khusus siswa telah mempunyai alat-alat dalam meningkatkan keterampilan komunikasi matematiknya dan secara umum dapat meningkatkan kemampuan matematiknya. Hal ini disebabkan representasi-representasi tersebut dapat membantu siswa untuk mengorganisasikan pikirannya, memudahkan pemahamannya, serta memfokuskannya pada hal-hal yang esensial dari masalah matematik yang dihadapinya.

2. Manfaat Representasi Matematik dalam Pembelajaran Matematika

Representasi, baik secara internal maupun secara eksternal perlu dilakukan dalam proses pembelajaran matematika karena dapat membantu siswa dalam mengorganisasikan fikirannya, memudahkan pemahamannya, serta memfokuskannya pada hal-hal yang esensial dari masalah matematik yang dihadapinya. Selain itu, representasi juga dapat membantu siswa dalam

⁵ Mulligan, J., et.al. *Representation and Comprehension of Numeral by Children*. International

membangun konsep atau prinsip matematik yang sedang dipelajarinya. Dengan demikian, sangat tepat disebutkan bahwa representasi merupakan pusat pembelajaran dan penggunaan matematika.

Representasi sebagai elemen krusial dalam pembelajaran matematika bukan hanya karena penggunaan sistem simbol sangat penting dalam matematika; sintaksis dan semantik yang kaya, bervariasi, dan universal; tetapi juga karena alasan kuat secara epistemologi yaitu matematika memainkan bagian penting dalam konseptualisasi dunia nyata.

Representasi bukan hanya bermanfaat untuk siswa tetapi juga untuk guru. Beberapa manfaat atau nilai tambah yang diperoleh guru atau siswa sebagai hasil proses pengajaran dan pembelajaran yang melibatkan representasi matematik adalah sebagai berikut:

- a. Pengajaran yang melibatkan representasi dapat memacu guru dalam meningkatkan kemampuan mengajar dengan cara belajar baik dari representasi-representasi yang dihadirkan siswa – karena seringkali siswa menggambarkan sesuatu yang berbeda dengan apa yang ada dalam fikiran guru bahkan siswa membuat representasi yang aneh-aneh (*idiocyncratic*) – maupun dengan proses pengembangan wawasan keilmuannya. Pada sisi yang lain, representasi-representasi yang dibuat oleh siswa memberi kesempatan kepada guru untuk mengetahui dan mengakses bagaimana siswa berpikir tentang matematika.
- b. Pembelajaran matematika yang menekankan representasi dapat memberi manfaat atau nilai tambah untuk siswa seperti:

- 1). Meningkatkan Pemahaman Siswa.

Belajar matematika dengan mengandalkan pemahaman berarti bahwa gagasan atau ide matematik yang dipelajari direpresentasikan dengan baik secara internal di dalam fikiran siswa maupun secara eksternal berupa penyajian dalam bentuk lisan, simbol-simbol tertulis, gambar-gambar, atau objek-objek fisik. Penggunaan representasi matematik dalam pembelajaran dapat membuat siswa lebih baik dalam pemahaman, penganalisisan cara penyelesaian, penyediaan fasilitas pemanipulasian, dan pembentukan mental *image* baru⁶.

- 2). Menjadikan Representasi Matematik sebagai Alat Konseptual

Thomas dan Hong berpendapat bahwa suatu representasi dapat dilihat sebagai suatu konstruksi yang multi-muka yang mengasumsikan peran-peran berbeda tergantung kepada cara siswa berinteraksi dengan

⁶ Downs, J.M. dan Downs, M. *Advanced Mathematical Thinking with a Special Reference to*

Reflection on Mathematical Structure. Dalam L.D English (Ed). *Handbook International Research in*

Mathematics Education (IRME). (New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2002) hlm 178.

representasi tersebut⁷. Siswa dapat berinteraksi dengan representasi sedikitnya dalam dua cara yaitu dengan mengobservasinya atau dengan melakukannya.

Observasi representasi ini dapat dilakukan pada level permukaan yaitu siswa hanya sebatas memandang suatu representasi atau pada level yang lebih dalam yaitu siswa mengerti segala seluk beluknya. Misalnya, ketika siswa memandang suatu representasi, maka dia hanya dapat mengomentari sifat-sifat representasi itu sendiri. Tetapi ketika mengerti, siswa tersebut dapat menggunakan representasi tersebut untuk membantunya memperhatikan sifat-sifat dan objek konsep yang dihadirkan. Dalam hal ini, ide dari observasi representasi sangat penting untuk membangun struktur kognitif lebih dari yang dibutuhkan. Namun, ketika hal tersebut berlangsung lebih jauh, misalnya siswa melakukan sesuatu sebagai hasil dari observasi representasinya untuk memperoleh informasi konsep dan pemahamannya, representasi tersebut dapat menjadi alat konseptual bagi siswa. Sebagai contoh, siswa yang hanya memandang suatu representasi grafik penyebaran lima data akan mengatakan representasi tersebut seperti bukit atau seperti gunung. Tetapi ketika siswa mengerti, dia akan dapat mengomentari sifat-sifat fungsi seperti maksimumnya atau minimumnya atau bahkan dapat membuat tabel dan melakukan aproksimasi nilai tengah dari fungsi.

Contoh berikut merupakan kasus yang ditemukan oleh Thomas dan Hong berkaitan dengan kebiasaan siswa yang berinteraksi dengan representasi grafik atau tabel nilai-nilai fungsi secara aljabar (*process-oriented*) dan memandang grafik atau tabel nilai-nilai fungsi tersebut hanya sebagai rangkaian pasangan titik atau nilai-nilai yang berlainan (*discrete*). Misalnya, diberikan persamaan $4 - 2x = 3x - 1$. Siswa diminta menggunakan tabel sebagai alat untuk menyelesaikan persamaan linear tersebut. Siswa yang memiliki kebiasaan menyelesaikan persamaan linear secara *process-oriented* tidak dapat merelasikan nilai-nilai input-output dalam tabel untuk menyelesaikan persamaan tersebut. Namun, siswa lain yang tidak dapat menyelesaikan persamaan dengan benar dalam representasi aljabar ternyata dapat menggunakan representasi tabel sebagai alat konseptual untuk menyelesaikan persamaan dengan menyatakan solusinya adalah $x = 1$ dan $y = 2$ karena jika $x = 1$, maka diperoleh $y = 2$ secara konsisten untuk kedua persamaan tersebut.

Dari contoh di atas terlihat bahwa interaksi yang dilakukan siswa terhadap representasi dapat menggambarkan mampu tidaknya seorang siswa menjadikan representasi sebagai alat konseptual. Cara yang dapat dilakukan agar siswa dapat berinteraksi dengan representasi lebih dari sebatas memandangnya adalah siswa selalu diminta untuk membuat representasi beragam dan menggunakannya sebagai alat penyelesaian

⁷ Hong, Y. Y., & Thomas, M. O. J. Representational versatility and linear algebraic equations. In Kinshuk, R. Lewis, K. Akahori, R. Kemp, T. Okamoto, L. Henderson, & C-H. Lee (Eds.) (*Proceedings of the International Conference on Computers in Education, ICCE 2002, Auckland, 2*), hlm. 1002–1006

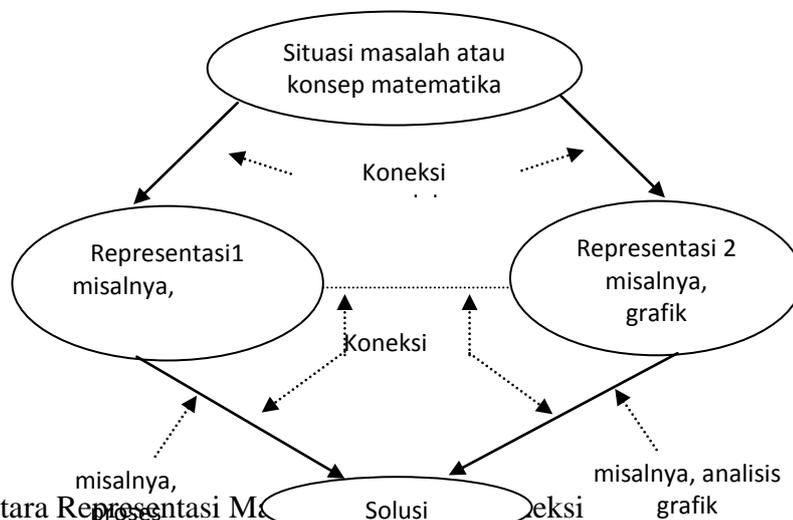
masalah serta meminta mereka untuk memberikan penjelasan atau alasan pemilihan dari setiap representasi yang dibuatnya.

3). Meningkatkan Kemampuan Siswa dalam Menghubungkan Representasi Matematik dengan Koneksi sebagai Alat Penyelesaian Masalah.

Selain komunikasi, aspek kemampuan matematik lainnya yang harus dikembangkan dalam pembelajaran adalah koneksi. Untuk memenuhi dua kepentingan tersebut, representasi menjadi komponen penting untuk ditekankan dalam proses pembelajaran matematika karena representasi selain menjadi salah satu kunci keterampilan komunikasi juga merupakan salah satu aspek proses dalam koneksi.

Lebih jauh, Hodgson mengklaim bahwa kemampuan untuk menggunakan koneksi akan memperkuat kemampuan siswa sebagai pemecah masalah⁸. Sedangkan alat yang fleksibel agar siswa dapat memecahkan masalah adalah siswa dapat mengaplikasikan dan menterjemahkan di antara representasi-representasi yang berbeda dari situasi masalah atau konsep yang sama.

Hubungan antara representasi matematik dengan koneksi sebagai alat penyelesaian masalah dapat diurutkan dalam dua tahap yaitu: 1) koneksi pemodelan antara situasi masalah atau konsep dan representasi-representasi matematiknya; 2) koneksi matematik antara dua representasi yang ekuivalen dan antara proses-prosesnya yang berkorespondensi dalam masing-masing representasi untuk menghasilkan solusi. Secara visual, hubungan antara representasi matematik dengan koneksi sebagai alat penyelesaian masalah dapat dilihat dalam Gambar 2 berikut:



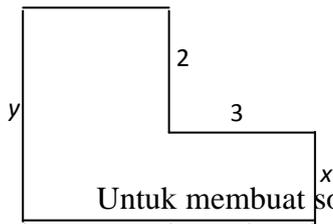
Gambar 2. Hubungan antara Representasi Matematik sebagai Alat Pemecah Masalah (NCTM, 1989: 146)

Pada dasarnya, manfaat yang diharapkan muncul dalam pembahasan ini, selain untuk meningkatkan kemampuan siswa dalam

⁸ Hodgson, T.R. *Connections as Problem-Solving Tools*. Dalam P.A. House dan A.F Coxford (Eds). *Yearbook Connecting Mathematics Across The Curriculum*. Reston, VA: (The National Council of Teachers of Mathematics, 1995). hlm 1.

menghubungkan representasi matematik dengan koneksi sebagai alat penyelesaian masalah juga untuk memperluas cara pandang siswa agar melihat matematika sebagai suatu kesatuan yang menyeluruh bukan sebagai suatu kumpulan topik-topik yang terpisah satu sama lain. Sebagai contoh, disajikan situasi masalah sebagai berikut:

Pak Harun akan memagari sebidang tanah berbentuk huruf L dengan luas 15 satuan persegi seperti pada gambar di bawah ini. Pak Harun ingin meminta bantuan kalian untuk menentukan panjang x dan y .



Buatlah dua bentuk penyajian yang menggambarkan hubungan x dan y dari situasi masalah tersebut. Kemudian proseslah kedua bentuk penyajian tersebut untuk menentukan x dan y .

Untuk membuat solusi dari situasi masalah tersebut, terlebih dahulu siswa membuat koneksi pemodelan. Misalnya, dengan merumuskan persamaan matematik sebagai representasi pertama dan menggambarkan grafiknya sebagai representasi kedua. Sedangkan koneksi matematik terjadi antara kedua representasi yang ekuivalen dari konsep yang sama yaitu persamaan matematik dan grafik serta antara setiap representasi dengan prosesnya masing-masing yaitu persamaan matematik dengan proses aljabarnya dan grafik dengan proses analisisnya. Hasil dari kedua proses tersebut akan memberi jawaban yang sama sebagai solusi jika representasi yang dibuat siswa benar-benar ekuivalen.

Secara lengkap, hubungan antara representasi matematik dengan koneksi sebagai alat penyelesaian masalah dari situasi masalah tersebut adalah:

Representasi pertama yang dibuat berdasarkan gambar adalah menterjemahkan informasi bahwa panjang y adalah panjang x ditambah 2 satuan yang menghasilkan persamaan $y = x + 2$ atau $x - y = -2$. Kemudian, berdasarkan informasi luas tanah dan gambar dibuat pula kaitan antara luas tanah dengan rumus luas sehingga diperoleh beberapa persamaan karena tergantung kepada cara siswa membagi-bagi daerah yang akan dihitung luasnya. Persamaan-persamaan tersebut adalah:

$6x + 6 = 15$, jika daerah dibagi dua dengan cara memanjangkan garis horizontal sepanjang 3 satuan pada gambar ke kiri.

$6y - 6 = 15$, jika luas daerah dibuat persegi panjang utuh berukuran panjang 6 satuan dan lebar y satuan, kemudian dikurangi luas tanah yang bukan milik Pak Harun.

$3x + 3y = 15$, jika daerah dibagi dua dengan cara memanjangkan garis vertikal sepanjang 2 satuan ke bawah.

$\frac{9}{2}x + \frac{3}{2}y = 12$, jika daerah dibagi dua sehingga terbentuk dua trapesium siku-siku.

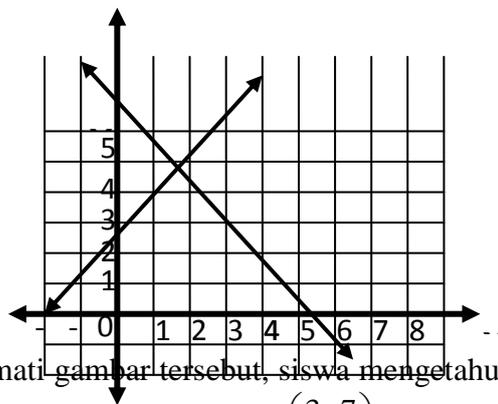
Dengan demikian, ada empat pasang model matematika sebagai representasi pertama. Salah satunya adalah:

$$\begin{cases} x - y = -2 \\ 3x + 3y = 15 \end{cases}$$

Selanjutnya, pada representasi pertama ini dilakukan proses aljabar. Misalnya, siswa menggunakan metode substitusi, metode eliminasi, atau gabungannya. Solusi yang diperoleh dari proses aljabar tersebut adalah

$$x = \frac{3}{2} \text{ dan } y = \frac{7}{2}.$$

Sedangkan representasi kedua berupa grafik dua garis lurus dalam bidang cartesius sebagai berikut:



Dengan mengamati gambar tersebut, siswa mengetahui bahwa kedua grafik saling berpotongan pada suatu titik. Titik $\left(\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right)$ itulah yang menjadi solusi

untuk menentukan panjang x dan y yang tepat untuk tanah Pak Harun. Bilangan untuk x dan y sebagai solusi masalah yang dihasilkan oleh kedua proses representasi tersebut sama karena kedua representasi bersifat ekuivalen.

Koneksi pemodelan lainnya yang dapat dibuat dari situasi masalah tersebut adalah pasangan representasi seperti tabel-grafik, diagram-grafik, persamaan-tabel, atau diagram-persamaan. Sedangkan koneksi topik matematika dalam situasi masalah tersebut terjadi antara aljabar dan geometri.

Melihat manfaat besar yang dapat diperoleh siswa dalam pembelajaran matematika ini – khususnya berkaitan dengan pencapaian kemampuan komunikasi, koneksi, representasi, dan penyelesaian soal – maka perhatian dan pelatihan yang terus menerus diharapkan dapat menumbuhkan harapan pada diri siswa bahwa hal yang dipelajarinya dapat berguna dalam mengeksplorasi konsep matematik lainnya. Selain itu, perlu pula diperkenalkan kepada siswa koneksi antara matematika dan disiplin ilmu lainnya serta koneksi antara matematika dengan keseharian (dunia nyata).

4). Menghindarkan atau Meminimalisir Terjadinya Miskonsepsi.

Pada dasarnya dalam pembelajaran matematika selama ini, siswa-sesederhana apapun–telah mengenal dan membuat representasi matematik. Tetapi hal itu seringkali dilakukan siswa berdasarkan hasil menghafal algoritma dan

formalitas prosedur yang dilatihkan oleh guru atau bahkan siswa membuat representasi tersebut berdasar pengetahuan intuitifnya. Namun, hafalan algoritma dan formalitas prosedur serta penggunaan intuisi ini seringkali memunculkan ketidakkonsistenan dalam diri siswa sehingga dapat menjadi sumber kesulitan dalam menghadapi masalah matematik seperti terjadinya miskonsepsi dan pemakaian algoritma yang tidak sesuai. Sebagai contoh, Tirosh dan Tsamir mengemukakan hasil kajian penggunaan pengetahuan intuitif siswa dalam memberikan respons yang berbeda terhadap masalah matematik yang sebenarnya sama tetapi melibatkan representasi-representasi yang berbeda⁹. Pertanyaan yang diajukan seorang guru kepada siswa adalah “Apakah kedua himpunan tak terbatas yang direpresentasikan secara horizontal berikut memiliki jumlah elemen yang sama jika $A = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ dan $B = \{1, 4, 9, 16, \dots\}$?”. Siswa menjawab bahwa jumlah elemen kedua himpunan tersebut tidak sama karena $n(A) > n(B)$ atau $B \subset A$. Tetapi, ketika guru tersebut mengubah representasi himpunan A dan himpunan B secara vertikal seperti berikut:

$$A = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$B = \{1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots\}$$

ternyata siswa menyatakan bahwa jumlah elemen kedua himpunan adalah sama karena tiap satu elemen dari himpunan A dapat dipasangkan dengan satu elemen dari himpunan B.

Dari contoh di atas terlihat jelas bahwa hafalan algoritma dan formalitas prosedur serta pengetahuan intuitif dapat memunculkan kesalahan dalam penangkapan dan pemahaman konsep (*misconception*). Karena itu, aktivitas pembelajaran yang melibatkan partisipasi siswa secara langsung dalam melakukan proses representasi berdasarkan kemampuannya sendiri – namun diarahkan oleh guru – dapat menghindarkan atau meminimalisir terjadinya miskonsepsi dan mendukung keberhasilan siswa dalam mempelajari matematika.

3. Rubrik Penskoran Representasi Matematis

Dalam pengembangan representasi matematis perlu diperhatikan indikator untuk tercapainya peningkatan representasi matematis. Berikut ini akan dijelaskan beberapa indikator dari representasi matematis.

	Representasi	Bentuk-bentuk Operasional
1	Representasi visual a. Grafik, diagram, dan tabel	<ul style="list-style-type: none"> Menyajikan kembali data atau informasi dari suatu representasi ke representasi diagram, grafik, atau tabel. Menggunakan representasi visual untuk menyelesaikan masalah.
	b. Gambar	<ul style="list-style-type: none"> Membuat gambar pola-pola geometri Membuat gambar bangun geometri untuk

⁹ Even, R. dan Tirosh, D. *Teacher Knowledge and Understanding of Student's Mathematical Learning*. Dalam L.D English (Ed). *Handbook of International Research in Mathematics Education (IRME)* (New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2002) hlm. 223

		memperjelas masalah dan memfasilitasi penyelesaiannya
2	Persamaan atau ekspresi matematik	<ul style="list-style-type: none"> • Membuat persamaan atau model matematika dari representasi yang diberikan • Membuat konjektur dari suatu pola bilangan • Penyelesaian masalah dengan melibatkan ekspresi matematik
3	Kata-kata atau teks tertulis	<ul style="list-style-type: none"> • Membuat situasi masalah berdasarkan data atau representasi yang diberikan • Menuliskan interpretasi dari suatu representasi • Menuliskan langkah-langkah penyelesaian masalah matematika dengan kata-kata • Menyusun cerita yang sesuai dengan suatu representasi yang disajikan • Menjawab soal dengan menggunakan kata-kata atau teks tertulis

Tabel 1.

Indikator Representasi Matematik

Tiap representasi yang diuji, yaitu: representasi visual, persamaan atau ekspresi matematik, kata-kata atau tulisan tidak bersyarat satu sama lainnya, akan tetapi sangat mungkin adanya irisan diantara jenis representasi tersebut. Berikut ini disajikan contoh rubrik penskoran representasi matematis.

Kriteria	1	2	3	4
Ketepatan perhitungan	Banyak kesalahan perhitungan	<ul style="list-style-type: none"> • Ada beberapa kesalahan perhitungan • Salah menggunakan rumus 	<ul style="list-style-type: none"> • Sangat sedikit melakukan kesalahan perhitungan • Penggunaan rumus sudah benar 	<ul style="list-style-type: none"> • Sangat sedikit melakukan kesalahan perhitungan • Penggunaan rumus sudah tepat • Penyelesaian disajikan dengan rapi dan baik
Penjelasan	<ul style="list-style-type: none"> • Tidak jelas • Tidak memahami pola barisan dan deret aritmatika 	<ul style="list-style-type: none"> • Meragukan • Ada pemahaman pola 	<ul style="list-style-type: none"> • Ditulis dengan jelas • Memahami satu aspek hubungan suku ke $- n$ dengan jumlah n suku pertama 	<ul style="list-style-type: none"> • Ditulis dengan jelas • Memahami kedua aspek hubungan suku ke $- n$ dengan banyak suku ke $- n$

Jawaban yang didapat	<ul style="list-style-type: none"> • Tidak benar sama sekali atau tidak menjawab sama sekali • Tidak menggambarkan representasi dengan dunia nyata atau dengan symbol matematika 	<ul style="list-style-type: none"> • Sebagian jawaban benar • Sedikit menggambarkan representasi dengan dunia nyata atau dengan symbol matematika 	<ul style="list-style-type: none"> • Jawaban hampir sebagian besar benar • Hampir sebagian besar menggambarkan representasi dengan dunia nyata atau dengan symbol matematika 	<ul style="list-style-type: none"> • Jawaban yang diperoleh benar dan tepat • Sudah menggambarkan representasi dengan dunia nyata atau dengan symbol matematika
----------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Tabel 2.
Rubrik Penskoran Representasi Matematik

PENUTUP

Kemampuan representasi matematis adalah salah satu standar proses yang perlu ditumbuhkan dan dimiliki siswa. Standar proses ini hendaknya disampaikan selama proses belajar matematika. Representasi matematik merupakan penggambaran, penterjemahan, pengungkapan, penunjukan kembali, pelambangan atau bahkan pemodelan dari ide, gagasan, konsep matematik, dan hubungan di antaranya yang termuat dalam suatu konfigurasi, konstruksi, atau situasi masalah tertentu yang ditampilkan siswa dalam bentuk beragam sebagai upaya memperoleh kejelasan makna, menunjukkan pemahamannya, atau mencari solusi dari masalah yang dihadapinya. Representasi bukan hanya menunjuk kepada hasil atau produk yang diwujudkan dalam konfigurasi atau konstruksi baru dan berbeda tetapi juga proses pikir yang dilakukan untuk dapat menangkap dan memahami konsep, operasi, dan hubungan-hubungan matematik dari suatu konfigurasi.

DAFTAR PUSTAKA

- Downs, J.M. dan Downs, M. (2002). *Advanced Mathematical Thinking with a Special Reference to Reflection on Mathematical Structure*. Dalam L.D English (Ed). Handbook International Research in Mathematics Education (IRME). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Even, R. dan Tirosh, D. (2002). *Teacher Knowledge and Understanding of Student's Mathematical Learning*. Dalam L.D English (Ed). Handbook of International

- Research in Mathematics Education (IRME). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Goldin, G.A. (2002). *Representation in Mathematical Learning and Problem Solving*. Dalam L.D English (Ed). Handbook of International Research in Mathematics Education (IRME). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Hong, Y. Y., & Thomas, M. O. J. (2002). Representational versatility and linear algebraic equations. In Kinshuk, R. Lewis, K. Akahori, R. Kemp, T. Okamoto, L. Henderson, & C-H. Lee (Eds.) *Proceedings of the International Conference on Computers in Education, ICCE 2002*, Auckland, 2, 1002–1006
- Hodgson, T.R. (1995). *Connections as Problem-Solving Tools*. Dalam P.A. House dan A.F. Coxford (Eds). Yearbook Connecting Mathematics Across The Curriculum. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Izsak, A. dan Sherin, M.G. (2003). *Exploring the Use of New Representations as Resources for Teacher Learning*. School Science and Mathematics, 1, 103.
- Mulligan, J., et.al. (2002). *Representation and Comprehension of Numeral by Children*. International Conference on Mathematical Education. Belanda.
- National Council of Teachers of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston VA: The National Council of Teachers of Mathematics Inc.
- Sabandar, J (2004b). *Mathematical Representation*. Makalah. Disajikan dalam Conference on Recent Progress in Mathematics Education (CRPME 2004). Bandung: ITB.
- Swafford, J.O. dan Langrall, C.W. (2000). Grade 6 Student's Preinstructional Use of Equation to Describe and Represent Problem Situations. Dalam *Journal for Research in Mathematics Education*. Volume 31. 89-112.